Pemodelan Kelengkungan Kurva pada Kasus Rantai Butiran Magnetik Terentang Horizontal

Aufa Nu'man Fadhilah Rudiawan[1,a)] dan Sparisoma Viridi[1,b)]

[1]Laboratorium Fisika Fluida dan Granular,
Kelompok Keilmuan Fisika Nuklir dan Biofisika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

[a)] aufa.numan@students.itb.ac.id
[b)] dudung@fi.itb.ac.id

Abstrak

Magnet kuat, seperti magnet NdFeB, saat ini banyak diproduksi dan dijual dalam bentuk butiran. Butiran-butiran magnetik ini dapat membentuk rantai panjang yang mengingatkan kita kepada sebuah tali elastis. Dalam makalah ini akan ditunjukkan pemodelan kelengkungan kurva pada kasus rantai butiran magnetik terentang horizontal dengan mengasumsikan bahwa rantai tersebut menyerupai sebuah tali. Pemodelan yang dilakukan menggunakan penurunan persamaan gelombang pada tali. Dengan melakukan interpolasi fungsi kuadrat, dapat diketahui bahwa pemodelan tersebut cocok dengan hasil dari eksperimen. Pengembangan dari penelitian ini adalah pemodelan rantai butiran magnetik dengan penambahan beberapa butiran besi. Sampel seperti ini dikenal sebagai bahan komposit.

Kata-kata kunci: besi, butiran, kelengkungan, komposit, magnet, tali

PENDAHULUAN

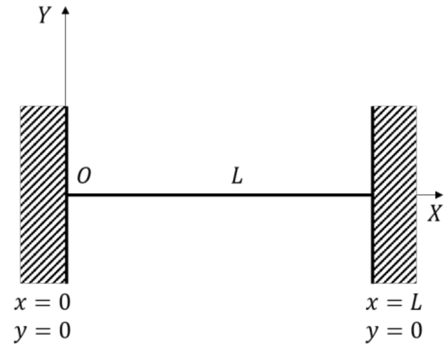
Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering menjumpai material dalam bentuk butiran, atau disebut sebagai material butiran. Material butiran merupakan material yang terdiri dari butiran-butiran bahan lain yang ukurannya lebih kecil, contohnya beras, pasir, dan kacang-kacangan. Material butiran memiliki keunikan yaitu dapat menunjukkan sifat-sifat lain yang kadang hanya dimiliki oleh padatan, cair, atau gas.

Salah satu contoh material butiran yang mulai banyak diteliti adalah butiran-butiran magnetik. Keunggulan butiran-butiran magnetik adalah dijual secara komersial (mudah didapatkan) dan memiliki ukuran millimeter hingga centimeter, sehingga dapat dibentuk dengan menggunakan tangan menjadi bentuk yang sederhana hingga struktur yang sangat kompleks.

Kami melakukan eksperimen menggunakan butiran-butiran magnetik yang dibentuk menjadi sebuah rantai dan direntangkan secara horizontal. Jarak kedua ujung butiran divariasikan sehingga kelengkungan kurva akan berbeda. Keluaran dari eksperimen tersebut berupa koordinat dari masing-masing butiran yang diperoleh dengan bantuan kamera ponsel dan perangkat lunak. Dengan menurunkan persamaan gelombang pada tali dan melakukan sedikit modifikasi, kami mengajukan sebuah persamaan matematis untuk memodelkan kelengkungan kurva pada rantai butiran-butiran magnet tersebut. Persamaan matematis yang diajukan merupakan fungsi kuadrat yang konstanta-konstantanya digantikan oleh besaran-besaran fisis yang diperoleh melalui pengukuran langsung (rapat massa, percepatan gravitasi, dan jarak antara kedua ujung butiran magnetik) dan besaran fisis yang tidak diperoleh melalui pengukuran langsung, yaitu gaya tegang tali. Yang ingin kita cari adalah nilai gaya tegang tali tersebut yang kemudian diinterpretasikan untuk menggambarkan kelengkungan kurva.

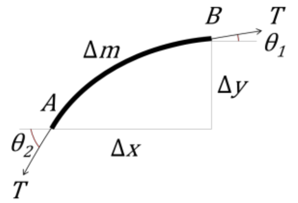
PERSAMAAN GELOMBANG PADA TALI

Misalkan terdapat tali homogen dengan panjang L yang kedua ujungnya terikat, yaitu pada $x = 0$ dan $x = L$. Tali tersebut memiliki rapat massa (massa per satuan panjang) μ dan tegang tali T, serta berada dalam keadaan setimbang sepanjang sumbu-X , seperti ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Sebuah tali homogen dalam keadaan setimbang sepanjang sumbu-X.

Kita akan mengamati pergerakan pada tali akibat adanya perpindahan dalam arah vertikal. Perpindahan ini diasumsikan tidak cukup besar untuk mengubah nilai tegang tali T dan kita asumsikan juga gaya gravitasi (= μLg) nilainya sangat kecil jika dibandingkan dengan tegang tali T, sehingga dapat diabaikan. Perhatikan potongan tali AB seperti ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Potongan tali AB.

Komponen horizontal dan vertikal gaya yang bekerja pada tali AB dapat dituliskan sebagai

$$F_x = T\,cos\theta_2 - T\,cos\theta_1,$$
$$F_y = T\,sin\theta_2 - T\,sin\theta_1. \quad (1)$$

Jika sudut θ_1 dan θ_2 kecil, maka cos $\theta_1 \approx$ cos θ_2, sehingga tidak ada resultan gaya dalam arah horizontal dan sin dapat digantikan oleh tan, yaitu

$$sin\theta_1 \simeq tan\theta_1,$$
$$sin\theta_2 \simeq tan\theta_2. \quad (2)$$

Dengan demikian resultan gaya dalam arah vertikal adalah

$$F_y = T\,tan\theta_2 - T\,tan\theta_1. \quad (3)$$

Berdasarkan Hukum II Newton, persamaan gerak benda dapat dituliskan sebagai

$$F_y = ma_y = m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad (4)$$

dengan m merupakan massa tali, $m = \mu dx$, dan $y = y(x, t)$ merupakan perpindahan pada tali dalam arah vertikal pada posisi x dan waktu t. Substitusi Persamaan (3) ke Persamaan (4) menghasilkan

 ISBN: 978-602-61045-4-0

$$\mu dx\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T\, tan\theta_2 - T\, tan\theta_1. \tag{5}$$

Dengan menggunakan

$$T\, tan\,\theta = T\frac{\partial y}{\partial x}, \tag{6}$$

kita dapat tuliskan resultan gaya dalam arah vertikal menjadi

$$T\, tan\theta_2 - T\, tan\theta_1 = T\frac{\partial y}{\partial x_B} - T\frac{\partial y}{\partial x_A}. \tag{7}$$

Kemiringan (gradien) tali dapat diperluas menggunakan Deret Taylor, yaitu

$$\frac{\partial y}{\partial x_B} = \frac{\partial y}{\partial x_A} + \frac{\partial^2 y}{\partial x^2{}_A}\, dx + \cdots. \tag{8}$$

Substitusi Persamaan (8) ke Persamaan (5) menghasilkan

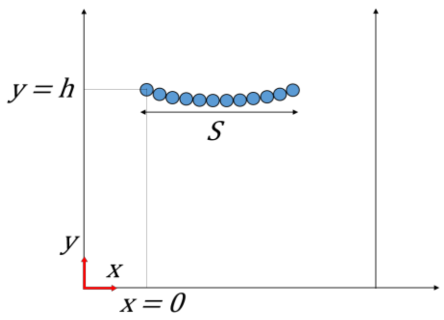
$$\mu dx\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}dx. \tag{9}$$

Persamaan (9) pada akhirnya akan menghasilkan persamaan gelombang pada tali seperti pada *textbook*. Untuk sistem yang kami amati, gaya gravitasi ikut diperhitungkan, sehingga Persamaan (9) akan menjadi

$$\mu dx\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = T\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}dx - \mu g dx. \tag{10}$$

Dengan melakukan penyederhanaan dan integral, maka diperoleh solusi umum simpangan tali

$$y(x) = \frac{\mu g}{2T}x^2 + C_1 x + C_0. \tag{11}$$



Gambar 3. Syarat batas.

Solusi khusus simpangan tali diperoleh dengan memberikan syarat batas, perhatikan Gambar 3. Saat $x = 0$, maka $y = h$ dan saat $x = S$, $y = h$. Dengan memasukkan syarat batas tersebut, maka diperoleh solusi khusus simpangan tali sebagai

$$y(x) = \frac{\mu g}{2T}x^2 + \frac{\mu g S}{2T}x + h. \tag{12}$$

FUNGSI KUADRAT

Fungsi kuadrat digunakan untuk melakukan interpolasi terhadap kurva koordinat butiran yang diperoleh dari eksperimen dan dituliskan dalam bentuk

$$y(x) = dx^2 + ex + f. \tag{13}$$

dengan d, e, dan f bernilai konstan dan $d \neq 0$.

GAYA TEGANG TALI

Dengan melakukan substitusi Persamaan (12) dan (13) akan diperoleh nilai gaya tegang tali.

$$T_1 = \frac{\mu g}{2d}, \qquad T_2 = \frac{\mu g S}{2e}. \tag{14}$$

ISBN: 978-602-61045-4-0

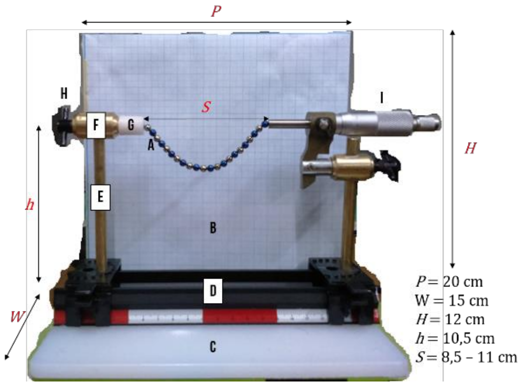
EKSPERIMEN

Alat dan bahan yang digunakan untuk eksperimen adalah

Butiran magnet	(A)
Layar pengamatan	(B)
Talenan	(C)
Rel presisi	(D)
Batang kuningan	(E)
Manice	(F)
Teflon	(G)
Pengunci	(H)
Mikrometer skrup	(I)
Kamera ponsel	

 ISBN: 978-602-61045-4-0

Foto alat percobaan ditunjukkan pada Gambar 4.



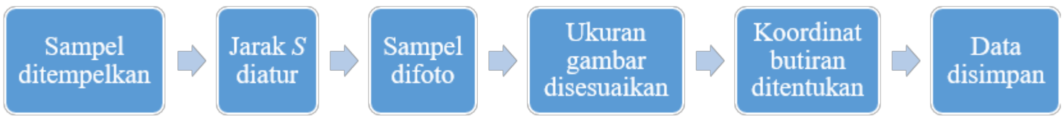
Gambar 4. Alat percobaan.

Spesifikasi sampel butiran magnetik ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Spesifikasi sampel butiran magnetik.

Parameter	**Nilai**	**Satuan**	**Keterangan**
N	22	butir	Jumlah butiran
D	0.50	cm	Diameter butiran
m	0.57	gram	Massa butiran
μ	0.05	gram/cm	Rapat massa butiran

Diagram alir percobaan dapat dilihat pada Gambar 5.

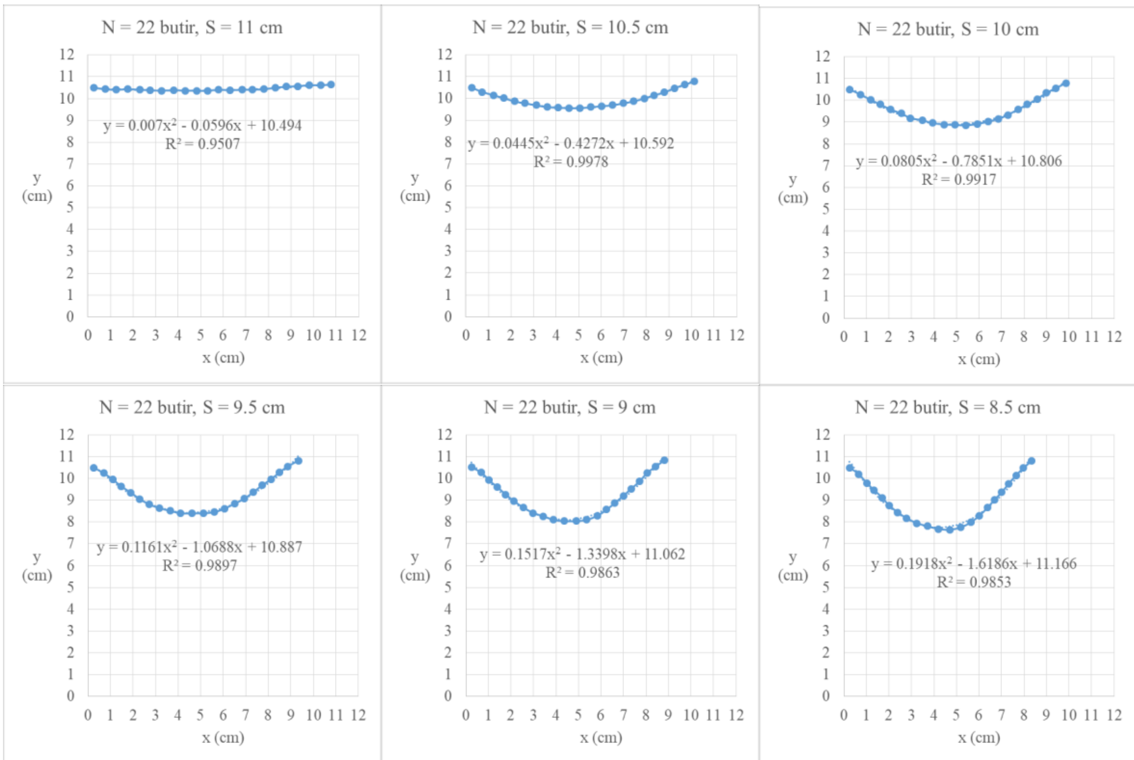


Gambar 5. Diagram alir eksperimen.

ISBN: 978-602-61045-4-0

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data koordinat masing-masing butiran yang sudah disimpan kemudian diolah kembali menggunakan perangkat lunak *spreadsheet* untuk dilakukan *plotting*. Kemudian grafik hasil *plotting* diinterpolasi menggunakan fungsi kuadrat sehingga akan diperoleh konstanta kurva. Grafik kurva *plotting* dan interpolasi fungsi kuadrat terdapat pada Gambar 1 dan konstanta kurva dan nilai tegang tali terdapat pada Tabel 2.



Gambar 6. Grafik kurva *plotting* dan interpolasi fungsi kuadrat untuk N = 22 butir dan S = 8,5 – 11 cm.

Tabel 2. Konstanta kurva dan nilai gaya tegang tali.

***S* (cm)**	**Konstanta**				**T_1**	**T_2**	**Galat (%)**
	c	***d***	***e***	**R^2**			
11.00	0.01	-0.06	10.49	0.95	3181.82	4110.74	1.13
10.50	0.04	-0.43	10.59	1.00	524.34	573.50	4.00
10.00	0.08	-0.79	10.81	0.99	304.35	312.06	5.56
9.50	0.12	-1.07	10.89	0.99	222.13	229.23	6.74
9.00	0.15	-1.34	11.06	0.99	179.45	182.86	7.30
8.50	0.19	-1.62	11.17	0.99	150.28	151.37	6.71
						Rata-rata	5.24

Konstanta kurva dan nilai tegang tali diperoleh melalui eksperimen pada kasus rantai butiran magnetik terentang horizontal untuk rentang jarak kedua ujung rantai butiran *S* = 8,5 – 11 cm dengan selisih jarak 0,5 cm. Pada setiap kolom tabel diberi indikator warna merah untuk menunjukkan nilai yang lebih tinggi dan warna putih untuk nilai yang lebih rendah.

Dapat disimpulkan bahwa untuk nilai *S* semakin kecil maka nilai konstanta *d* semakin besar menunjukkan kurva yang terbentuk semakin melengkung, sementara nilai konstanta *e* semakin kecil menunjukkan bentuk kurva semakin tidak linear, dan nilai konstanta *f* semakin besar menunjukkan posisi salah satu ujung butiran lebih tinggi daripada ujung lainnya (tidak sejajar).

Sementara itu, konstanta R^2 menujukkan seberapa *fit* interpolasi fungsi kuadrat yang dilakukan terhadap koordinat butiran hasil eksperimen. Dapat dilihat bahwa untuk rentang nilai *S* = 8,5 – 10,5 cm memiliki nilai R^2

yang mendekati 1 artinya data koordinat eskperimen cocok jika di-*fitting* dengan menggunakan fungsi kuadrat. Sementara pada nilai $S = 11$ nilai R^2 tidak begitu besar artinya data koordinat butiran kurang cocok jika di-*fitting* dengan menggunakan fungsi kuadrat. Hal ini dikarenakan rantai butiran magnetik pada nilai S ini memiliki bentuk kurva yang tidak terlalu lengkung (rantai/tali kaku).

Dengan menggunakan Persamaan (14) diperoleh nilai gaya tegang tali, nilai tegang tali tersebut diinterpretasikan untuk memodelkan kelengkungan kurva. Nilai gaya tegang tali (T_1 dan T_2) lebih besar ketika jarak kedua ujung rantai butiran S juga lebih besar. Hal ini menunjukkan bahwa rantai butiran magnetik tersebut lebih kaku/tegang. Saat rantai/tali tersebut kaku, bentuk kurva cenderung tidak melengkung dan lurus. Sementara nilai tegang tali lebih kecil ketika jarak kedua ujung rantai butiran S lebih kecil. Hal ini menunjukkan bahwa rantai butiran magnetik tersebut mengendur. Saat rantai/tali tersebut mengendur, bentuk kurva lebih melengkung.

Pada penelitian ini, kita telah memodelkan kelengkungan kurva dari rantai butiran magnetik yang direntangkan secara horizontal dengan mengasumsikan bahwa rantai tersebut diasumsikan menyerupai sebuah tali. Kekurangan dari penelitian ini adalah hanya berlaku untuk tali yang homogen. Namun, peluang untuk penelitian berikutnya untuk memodelkan rantai butiran magnetik ketika dicampur dengan bahan lain seperti besi. Material seperti ini disebut dengan komposit. Aplikasi dari penelitian ini adalah untuk menemukan komposisi material komposit yang sesuai dengan kebutuhan.

Gambar 7. Rantai butiran magnetik dicampur dengan butiran besi (contoh material komposit).

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Sparisoma Viridi selaku dosen pembimbing atas masukan dan sarannya.

REFERENSI

Arya, A. P. (1997). Vibrating Strings and Fluids. In Introduction to Classical Mechanics (2nd ed., pp. 614-617). New York: Pearson.

McCallum, W. G., Connaly, E., & Hughes-Hallett, D. (2010). Quadratic Functions, Expressions and Equations. In W. G. McCallum, E. Connally, D. Hughes-Hallet, & e. al., *Algebra: Form and Function* (p. 256). New York: John Wiley & Sons, Inc.

S. Viridi, S. N. Khotimah, Novitrian, Widayani, L. Haris and D. P. P. Aji, "Studying Brazil-Nut Effect History Line using Disk- Formed Objects, Scanner, and Web Browser," in *International Conference on Advances in Education Technology (ICAET)*, 2014.