

# Solusi Persamaan Gerak Ban Kendaraan Dengan Massa Berubah

Mulyanto<sup>1,a)</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Magister Fisika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,  
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

<sup>a)</sup>mulyanto@s.itb.ac.id (corresponding author)

## Abstrak

*Dalam tulisan ini diperoleh solusi eksak dari gerak menggelinding benda dengan massa berkurang yang diaplikasikan pada gerak ban kendaraan bermotor. Gerak ban yang ditinjau berupa gerak diperlambat saat kendaraan mengalami pengereman hingga berhenti dan gerak saat kendaraan melaju dengan gaya mesin yang konstan. Metode yang digunakan adalah dengan menyelesaikan persamaan diferensial yang diperoleh dari persamaan Newton untuk gerak rotasi dengan massa yang bergantung waktu. Diperoleh, untuk variasi gaya pengereman konstan antara 0-50 N, waktu dari sejak gaya diberikan hingga benda berhenti relatif singkat sekitar 0.6 detik. Hasil ini diakibatkan asumsi yang digunakan dalam tulisan ini dimana gaya pada mesin kendaraan bermotor dianggap tidak mempengaruhi gerak dari benda saat terjadi pengereman. Sedangkan untuk variasi gaya mesin antara 50-70 N diperoleh bahwa semakin besar perubahan gaya mesin maka ban akan menjadi lebih cepat gundul.*

*Kata-kata kunci: Ban kendaraan, gaya pengereman*

## PENDAHULUAN

Ban kendaraan bermotor adalah benda yang bergerak dengan kehilangan sebagian dari massanya. Setelah mencapai batas waktu tertentu, pengemudi biasanya harus mengganti ban kendaraan tersebut secara berkala. Namun sampai saat ini belum ada alat ukur yang mampu memberitahu pengemudi terkait kondisi ban tanpa mengecek secara langsung ban itu sendiri.

Sebelum membahas lebih jauh ban kendaraan bermotor, hal yang perlu dibahas adalah prinsip benda menggelinding dengan massa yang berkurang setiap waktu dan bagaimana hubungannya dengan lintasan maupun lingkungannya. Misalnya terdapat pembahasan secara analitik bagaimana bola menggelinding pada permukaan lintasan kasar namun disini tanpa meninjau pengurangan massa [1]. Selanjutnya dalam penelitian lain dinamika dari gerak bola ditinjau lebih dalam dimana diperoleh gerak *chaotic* yang merupakan representasi dari gerak nonlinear [2]. Hal menarik lainnya adalah diperoleh solusi gerak dari gerak menggelinding pada bola salju dimana massa bola salju yang semakin bertambah setiap waktu [3]. Prinsip dari penambahan massa yang bergantung waktu tersebut tentu saja dapat digunakan pada gerak menggelinding dengan massa yang semakin berkurang. Prinsip massa berkurang ini dapat digunakan dalam menganalisa life time ban kendaraan bermotor seperti pada [4]. Hasil yang diperoleh menunjukkan kecepatan awal yang besar menyebabkan ban akan cepat tipis sehingga percepatan dari ban itu sendiri memberikan peranan penting dalam menjaga kondisi ban agar tidak cepat tipis atau gundul.

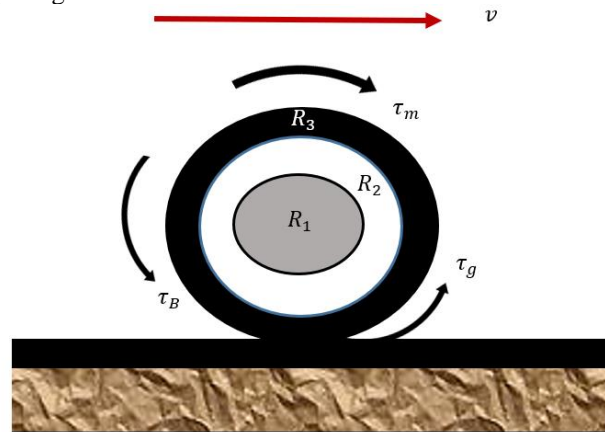
Selanjutnya, interaksi antara benda dengan lintasan direpresentasikan dengan gesekan yang dialami. Sehingga penting untuk mengetahui parameter-parameter apa saja yang mempengaruhi gesekan [5]. Selain itu, bentuk lintasan yang dilalui haruslah spesifik sehingga simulasi gerak dapat diperoleh secara analitik maupun numerik [6]. Interaksi benda dengan lingkungan merupakan faktor yang tidak dapat diabaikan

misalnya gaya akibat gesekan udara yang dapat mempengaruhi gerak dari benda yang ditinjau. Pada kendaraan bermotor gerak bergantung juga oleh torsi yang diberikan oleh mesin kendaraan dan torsi akibat pengereman saat kendaraan mengalami perlambatan. Faktor-faktor tersebut tentu saja tidak dapat diabaikan begitu saja.

Terinspirasi hal diatas, dalam tulisan ini ditinjau solusi persamaan gerak menggelinding dari benda dengan massa berkurang seiring lintasan yang telah ditempuh. Harapannya, penelitian ini membuka gerbang dalam penentuan presentase pengurangan massa pada ban kendaraan bermotor yang nantinya dapat ditentukan kondisi dimana ban kendaraan bermotor dikatakan sudah tipis atau gundul.

### PERSAMAAN GERAK BAN KENDARAAN BERMOTOR DENGAN MASSA BERKURANG

Tinjau secara umum sebuah benda yang bergerak translasi dan rotasi dengan massa berkurang sepanjang lintasan lurus 1 D seperti pada gambar 1



Gambar 1. Torsi ban kendaraan bermotor

Hukum II Newton untuk gerak rotasi memberikan

$$\tau = \frac{dL}{dt} \tag{1}$$

$$(F_m - F_B)R_1 - F_g R_3 = \omega \frac{dI}{dt} + I \frac{d\omega}{dt} \tag{2}$$

dengan

- $F_m$  = Gaya dari mesin kendaraan
- $F_B$  = Gaya pengereman
- $F_g$  = Gaya Gesekan dengan lintasan
- $\omega$  = Kecepatan sudut
- $I$  = momen inersia.

Tinjau dimana kondisi tidak terjadi slip

$$\omega = \frac{v}{r} \tag{3}$$

dengan  $r$  adalah jari-jari Pusat Massa Ban, Momen Inersia benda secara umum diambil berbentuk

$$I = kMr^2 \tag{4}$$

$$\frac{dI}{dt} = 2kMr \frac{dr}{dt} + kr^2 \frac{dM}{dt}, \tag{5}$$

sehingga persamaan (2) dapat dinyatakan dalam bentuk

$$(F_m - F_B)R_1 - F_g R_3 = kr \left( v \frac{dM}{dt} + M \frac{dv}{dt} \right) + kMv \frac{dr}{dt}. \tag{6}$$

Massa benda dimisalkan berkurang terhadap waktu memenuhi persamaan

$$M(t) = M_0 e^{-\beta t} \tag{7}$$

Persamaan (6) menjadi,

$$\frac{d^2s}{dt^2} - \beta \frac{ds}{dt} + \frac{v}{r} \frac{dr}{dt} = \frac{R_1(F_m - F_b) - F_g R_3}{kMr} \tag{8}$$

Persamaan ini merupakan persamaan gerak umum dari ban dengan massa berkurang terhadap waktu

### SOLUSI PERSAMAAN GERAK BAN KENDARAAN BERMOTOR

Dalam penelitian ini ditinjau kasus saat  $r$  bernilai konstan. Artinya pusat massa dari ban diasumsikan tidak berubah. Hal ini dikarenakan perubahan pusat massa ban relatif kecil. Diambil  $r = R_1$  dan substitusi persamaan (7) ke persamaan (8) diperoleh

$$\frac{d^2s}{dt^2} - \beta \frac{ds}{dt} = \frac{(F_m - F_b)}{kM_0} e^{\beta t} - \frac{\mu g R_3}{kR_1} \tag{9}$$

Kalikan kedua ruas persamaan (9) dengan  $e^{-\beta t}$  dan nyatakan  $v = ds/dt$  sehingga

$$e^{-\beta t} \frac{dv}{dt} - \beta e^{-\beta t} v = e^{-\beta t} \Phi(t) \tag{10}$$

dengan

$$\Phi(t) = \frac{(F_m - F_b)}{kM_0} e^{\beta t} - \frac{\mu g R_3}{kR_1} \tag{11}$$

Selanjutnya dengan menggunakan

$$\frac{d}{dt}(e^{-\beta t}) = -\beta e^{-\beta t} \tag{12}$$

Maka

$$\frac{d}{dt}(ve^{-\beta t}) = e^{-\beta t} \Phi(t) \tag{13}$$

$$v(t) = e^{\beta t} \int_0^t e^{-\beta t'} \Phi(t') dt' + C_1 e^{\beta t} \tag{14}$$

Integrasi terhadap  $t$  memberikan persamaan posisi terhadap waktu dari ban kendaraan yang ditinjau

$$s(t) = \int_0^t \left[ e^{\beta t} \int_0^t e^{-\beta t'} \Phi(t') dt' + C_1 e^{\beta t} \right] dt + C_2 \tag{15}$$

Selanjutnya dengan memasukan syarat batas dimana  $v(t=0)=v_0$  dan  $s(t=0)=0$  maka dapat diperoleh nilai konstanta  $C_1 = v_0$  dan  $C_2$ .

Ban yang diamati adalah ban dengan tipe 120/70-17 67H dengan spesifikasi lengkap dinyatakan dalam tabel 1.

Tabel 1. Spesifikasi Ban Kendaraan Bermotor tipe 120/70-17 67H

Ban				
$\mu$	$R_3$	R	$M_0$	$\beta$
0.8	14.6 cm	30.11 cm	3 Kg	$9.5 \cdot 10^{-8}$

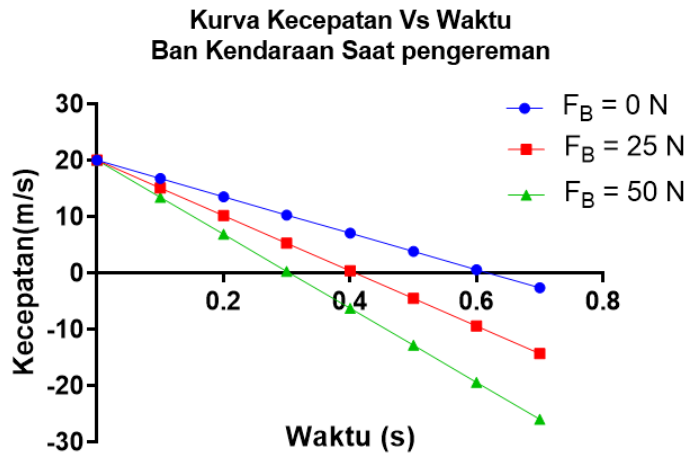
Nilai  $\beta$  diambil dengan cara yang sama seperti pada [4].

#### Kondisi Pengereman dengan Gaya Pengereman Konstan

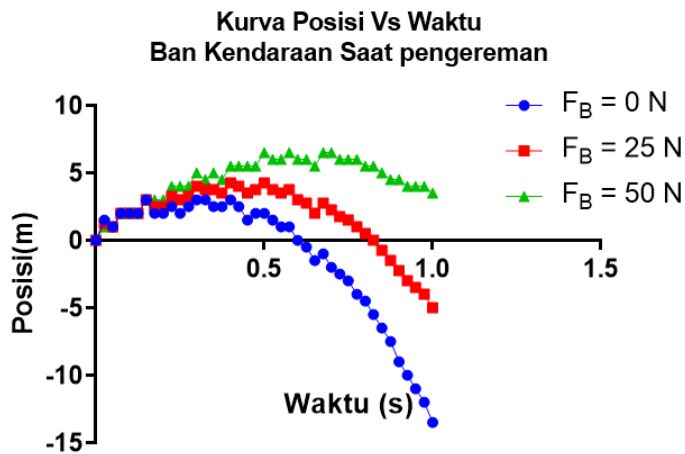
Dalam hal ini diambil gaya pengereman  $F_b = konstan = C$  dan Torsi dari mesin dianggap tidak ada  $F_m = 0$ , dengan mensubstitusi parameter-parameter pada tabel 1 maka diperoleh

$$v(t) = 3.4 \cdot 10^8 + \left( v_0 - 3.4 \cdot 10^8 - \frac{2}{3} F_B t \right) \exp[9.5 \cdot 10^{-8} t] \tag{16}$$

$$s(t) = 3.4 \times 10^8 t + \left( \frac{v_0}{9.5 \times 10^{-8}} - 3.58 \times 10^{15} - \frac{2}{3} F_B \left( \frac{t}{9.5 \times 10^{-8}} - 1.11 \times 10^{14} \right) \right) \exp[9.5 \times 10^{-8} t] + \left[ 3.58 \times 10^{15} - 7.39 \times 10^{13} F_B - \frac{v_0}{9.5 \times 10^{-8}} \right] \tag{17}$$



Gambar 2. Kurva Kecepatan terhadap waktu ban dengan variasi gaya pengereman 0, 25 N, dan 50 N



Gambar 3. Kurva posisi terhadap waktu ban dengan variasi gaya pengereman 0, 25 N, dan 50 N

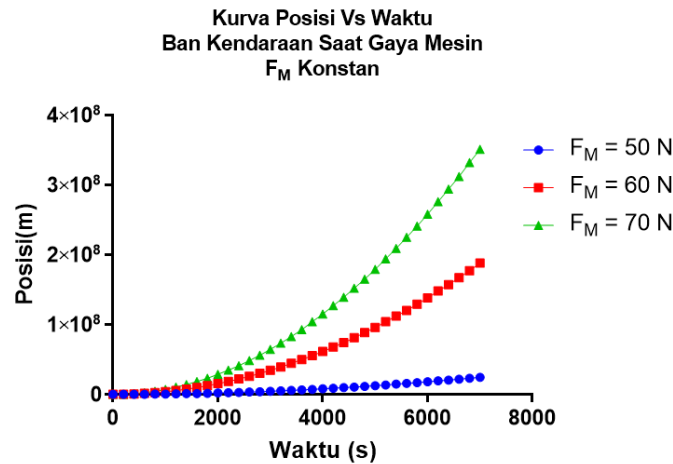
Dengan gaya pengereman yang berbeda-beda terlihat pada gambar 2 semakin besar gaya pengereman semakin cepat ban kendaraan berhenti. Hal ini menunjukkan persamaan yang diperoleh sesuai dengan hasil yang diinginkan. Untuk kecepatan awal 20 m/s meskipun tanpa pengereman ban kendaraan akan berhenti dengan sendirinya diakibatkan akibat gesekan dengan lintasan dan akan semakin cepat bila ditambah dengan gaya pengereman. Waktu hingga benda berhenti dicapai sangat singkat sekitar < 1 detik. Hasil ini belum representatif sehingga perlu ditinjau dimana gaya pengereman berubah terhadap waktu serta gaya mesin yang masih memberikan gaya terhadap gerak ban.

**Kondisi Tanpa Pengereman dengan Gaya Mesin Konstan**

Untuk kasus dimana  $F_m = konstan = C$  dan Torsi dari rem dianggap tidak ada  $F_b = 0$ , dengan cara yang sama seperti sebelumnya yaitu dengan mensubstitusi parameter-parameter pada tabel 1 maka diperoleh

$$v(t) = 3.4 \times 10^8 + \left( v_0 - 3.4 \times 10^8 + \frac{2}{3} F_m t \right) \exp[9.5 \times 10^{-8} t] \tag{18}$$

$$s(t) = 3.4 \times 10^8 t + \left( \frac{v_0}{9.5 \times 10^{-8}} - 3.58 \times 10^{15} + \frac{2}{3} F_m \left( \frac{t}{9.5 \times 10^{-8}} - 1.11 \times 10^{14} \right) \right) \exp[9.5 \times 10^{-8} t] + \left[ 3.58 \times 10^{15} + 7.39 \times 10^{13} F_m - \frac{v_0}{9.5 \times 10^{-8}} \right] \tag{19}$$



Gambar 4. Kurva posisi terhadap waktu dengan variasi gaya mesin 50 N, 60 N, dan 70 N

Bila ban diasumsikan gundul setelah menempuh 20.000 km maka dapat diperoleh waktu sampai massa berkurang sebesar 5% atau waktu sampai ban kendaraan tersebut gundul dinyatakan dalam tabel berikut

Tabel 2. Waktu massa berkurang 5% setelah menempuh ±20.000 Km dengan variasi gaya mesin 50-70N

F <sub>m</sub> (N)	Life Time (s)
50	6400
60	2400
70	1800

Dari hasil ini dapat diperoleh bahwa semakin besar perubahan gaya mesin maka ban akan cepat mencapai kondisi gundul. Oleh karena itu percepatan memberikan peranan besar dalam menjaga kondisi ban.

### KESIMPULAN

Diperoleh solusi eksak dari gerak ban kendaraan bermotor dengan prinsip massa berkurang dimana untuk gaya pengereman konstan diperoleh kurva hubungan kecepatan dan posisi terhadap waktu. Dengan kecepatan awal 20 m/s waktu ban bergerak diperlambat dengan gaya pengereman beragam memberikan gambaran waktu hingga berhenti relatif singkat. Sehingga diperlukan asumsi tambahan agar gerak yang ditinjau semakin representatif dengan kondisi nyata yang terjadi di jalanan. Selain itu, ban akan lebih mudah gundul bila sering mengalami perubahan kecepatan yang signifikan.

### UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Lembaga Pengelola Dana Pendidikan (LPDP) yang telah banyak mendukung penulis.

### REFERENSI

1. A. O. Florea, *Analytic study of a rolling sphere on a rough surface*, AIP Advances **6** (2016)
2. L. N. Virgin dkk., *Nonlinear dynamics of a ball rolling on a surface*, Am. J Phys. **78** (2010)
3. D. A. Rodolfo dkk., *Comparative kinetics of the snowball respect to other dynamical objects*, (2008) arXiv:ph-0310010v2

4. A. Langgeng, Mulyanto dkk., *Analisa Life Time Ban Kendaraan Bermotor Menggunakan Metode Lagrange*, Prosiding SKF 2016 (2016)
5. R. S. Catalfamo, *Dynamic modeling of speed skiing*, American Journal of Physics **65** (1997)
6. S. Mojtaba dkk., *Vehicle tyre/road interaction modeling and identification of its parameter using real-time trust-region methods*, IFAC-PapersOnLine, **49** (2016)