Simulasi 1D Gerak Osilasi Terkopel di Sumbu Vertikal Untuk Menentukan Amplitudo Maksimum Benda Terbawah

Adhi Kusumadjati [1,a)], Sri Hartati [2,b)], Nursakinah Annisa Lutfin [3,c)], Fitriah Bidalo [3,d)], Silvia Dona Sari [4,e)], Nurlina [3,f)], dan Fauziah A.[2,g)]

[1]Program Studi Magister Fisika,
Kelompok Keilmuan Fisika Teoretik Energi Tinggi dan Instrumentasi,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

[2] Program Studi Magister Fisika,
Kelompok Keilmuan Fisika Material Elektronik,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

[3] Program Studi Magister Fisika,
Kelompok Keilmuan Fisika Nuklir dan Biofisika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

[4] Program Studi Magister Fisika,
Kelompok Keilmuan Fisika Bumi dan Sistem Kompleks,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

[a)] adhi_kusumadjati@students.itb.ac.id
[b)] sri.hartati@students.itb.ac.id
[c)] nursakinah.annisa@students.itb.ac.id
[d)] fitriahbidalo@students.itb.ac.id
[e)] silviadona.sari@students.itb.ac.id
[f)] nur.lina@students.itb.ac.id
[g)] fauziah.a@students.itb.ac.id

Abstrak

Telah dibuat suatu program untuk menggambarkan gerakan osilator harmonis dan osilator teredam terkopel 1D menggunakan bahasa pemrograman JavaScript. Program dibangun berdasarkan metode Euler. Sistem pertama terdiri dari sebuah benda yang berada dalam sistem pegas tanpa redaman sehingga osilasi yang terjadi berupa osilasi harmonis sederhana. Sistem kedua terdiri dari 1 benda, 2 benda, dan 3 benda yang diberikan redaman sehingga osilasi yang terjadi berupa osilasi teredam. Hasil simulasinya berupa waktu dan posisi tiap benda yang digambarkan melalui grafik. Diperoleh hubungan antara amplitudo maksimum terhadap banyaknya benda dalam sistem osilasi terkopel.

Kata-kata kunci: Simulasi, Gerak Osilasi Terkopel, Amplitudo Maksimum

PENDAHULUAN

Dengan berkembangnya ilmu pengetahuan dan teknologi, hampir semua fenomena fisis dapat disimulasikan menggunakan komputer. Simulasi komputer dibuat agar manusia dapat lebih mudah mempelajari, mengamati dan memahami fenomena-fenomena fisis yang mungkin terjadi. Getaran atau osilasi merupakan salah satu bentuk gerak benda yang cukup banyak dijumpai dalam kehidupan sehari - hari, misalnya bagaimana getaran yang terjadi jika sebuah beban dikaitkan atau digantungkan pada sebuah pegas. Getaran atau osilasi dapat terjadi jika suatu system diganggu dari posisi kesetimbangannya. Getaran ini akan terjadi secara terus menerus dan berulang-ulang selama sistem mendapatkan gaya. Gerak getaran benda yang berulang dengan waktu yang tetap biasanya disebut sebagai gerak periodik [1].

Gerak benda yang terjadi secara periodik tersebut biasanya dinamakan juga gerak harmonik. Contoh gerak harmonik adalah gerak getaran pegas yang terjadi jika ada gaya luar yang bekerja pada pegas tersebut. Gerak harmonik sederhana digunakan untuk sistem dengan benda dan pegas tunggal. Untuk kasus dimana jumlah benda dan pegas lebih dari satu menggunakan sistem osilasi terkopel [2]. Getaran atau osilasi tercouple terjadi ketika dua atau lebih sistem osilasi dihubungkan sedemikian rupa sehingga memungkinkan energi dapat ditransfer di antara keduanya. Pada osilasi tercouple, besarnya gaya sebanding dengan besarnya perpindahan dari keseimbangan.

Tidak semua gerak periodik mengalami osilasi sempurna. Pada suatu titik tertentu gerak periodik akan mengalami pelemahan dan pada akhirnya akan diam. Hal ini terjadi karena adanya suatu gaya yang menghambat gerak benda dan arahnya berlawanan dengan arah gerak benda. Setiap sistem yang berperilaku seperti ini dikenal sebagai osilator teredam. Terdapat tiga jenis redaman yang dialami oleh benda yang berosilasi yaitu redaman rendah (*underdamped*), redaman kritis (*critical damping*) dan redaman berlebihan (*over damping*).

Simulasi dalam satu dimensi osilasi tercouple mempelajari tentang bagaimana gerak sebuah benda berosilasi dan jika beberapa benda berosilasi dalam suatu sistem yang sama. Dimana ada beberapa benda bermassa yang dihubungkan dengan pegas, apabila sebuah benda berosilasi tanpa redaman amplitudonya tidak mengalami penurunan hingga waktu yang telah ditentukan dan ketika diberi redaman amplitudo berkurang secara eksponensial hingga mencapai posisi nol pada waktu tertentu. Dalam tulisan ini dibahas simulasi berupa waktu dan posisi tiap benda yang digambarkan melalui grafik serta menentukan hubungan antara amplitudo maksimum dengan banyaknya benda.

SIMULASI GERAK OSILASI TERKOPEL

Analisis Gerak Osilasi Terkopel

Tinjau benda A dan benda B yang dibuat bermassa sama m. Posisi awal benda A dan B dinyatakan dengan x_i. Untuk sistem perlu dicari gaya pegas F_p yang bergantung dari posisi masing-masing benda penyusunnya Δx dan bergantung pada konstanta pegas k yang saling terkait melalui

$$F_p = -k\Delta x \ . \tag{1}$$

di mana

$$\Delta x = x_f - x_i \ . \tag{2}$$

Posisi x_i menyatakan posisi awal benda A dan B pada sumbu y dan x_f menyatakan seberapa panjang pegas setelah ditarik pada sumbu y [3].

Pada kedua benda masing-masing diberikan gaya luar F_{ext} yang besarnya sama dengan gaya berat yang dialami oleh kedua benda. Besarnya gaya luar tersebut dituliskan

$$F_{ext} = w = mg \ . \tag{3}$$

Pada kasus ini benda mengalami redaman akibat adanya gaya hambat seperti gaya gesekan di udara. Osilasi yang mengalami redaman disebut osilasi teredam. Gaya teredam (*damping*) F_f diperoleh melalui

$$F_f = -cv \ . \tag{4}$$

dimana c menyatakan koefisien damping dan v merupakan kecepatan benda [4].

ISBN: 978-602-61045-2-6

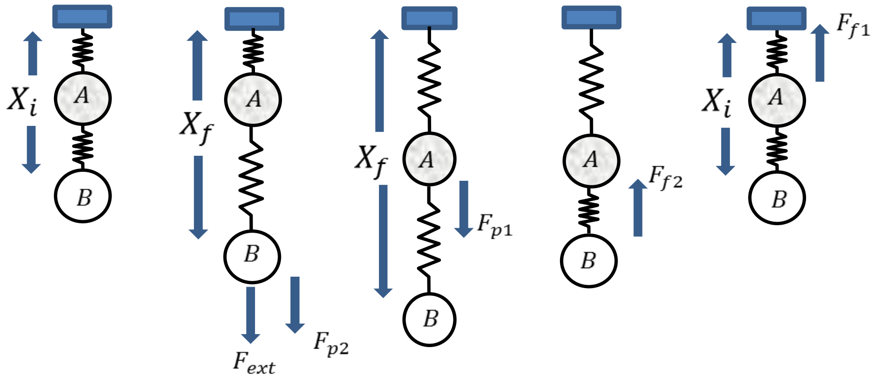
Gaya total yang bekerja pada sistem masing-masing terdiri atas F_A dan F_B. Gaya F_A menyatakan gaya total yang bekerja pada sistem ketika benda A ditarik ke bawah yang besarnya merupakan penjumlahan gaya pegas F_{pA}, gaya damping F_{fA} d an F_{fB}, dan gaya pegas F_{PB} dituliskan melalui

$$F_A = F_{p_A} - F_{fA} - F_{pB} + F_{fB} \,. \tag{5}$$

Sedangkan gaya F_B menyatakan gaya total yang bekerja pada sistem ketika benda B ditarik kebawah yang besarnya merupakan penjumlahan dari gaya-gaya yang bekerja pada sistem tersebut yaitu gaya pegas F_{pB}, gaya eksternal F_{ext} dan gaya damping F_{fB} dituliskan

$$F_B = F_{pB} + F_{ext} - F_{fB} \,. \tag{6}$$

Persamaan (1) dan (4) memenuhi hubungan dalam Persamaan (5). Dan persamaan (1), (3), dan (4) memenuhi hubungan dalam Persamaan (6). Ilustrasi bagaimana kedua benda ini, A dan B, berosilasi dan perubahan jarak antar kedua benda diberikan dalam Gambar 1.



Gambar 1. Model osilasi tercouple dua benda

Metode Numerik

Besarnya gaya pegas yang bekerja pada suatu benda adalah $F = - kx$, maka besarnya percepatan yang dialami benda adalah

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \,. \tag{7}$$

Dengan metode Euler, dimulai dari keadaan awal dan dihitung nilai a,v dan x dengan iterasi, dengan perubahan waktu Δt yang sangat kecil pada masing-masing iterasi, sehingga digunakan persamaan

$$a(t) = -\frac{k}{m}x(t) \,, \tag{8}$$

$$v\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) = v\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + a(t)\Delta t \,, \tag{9}$$

$$x(t + \Delta t) = x(t) + v\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)\Delta t \,. \tag{10}$$

Pada Persamaan (8), kecepatan pada interval waktu (t, $t + \Delta t$) dihitung menggunakan kecepatan pada interval waktu yang sebelumnya (t - Δt, t). Percepatan dianggap seragam, sementara diketahui bahwa sebenarnya percepatannya tidak seragam, aproksimasi Δt membuatnya menjadi lebih kecil. Pada Persamaan (9), digunakan kecepatan sesaat v(t + $\Delta t/2$), saat interval waktu pertengahan sebagai kecepatan rata-rata dan percepatan dianggap seragam [5 - 7]. Selanjutnya dilakukan iterasi untuk beberapa kali.

Tabel 1. Iterasi osilasi tanpa redaman

N	t	x	V	a
0	0	x_o	0	$-(k/m)\, x_o$
1	t_1	$x_o + v_1t_1$	$v_o + ½a_ot_1$	$-(k/m)\, x_1$
2	t_2	$x_1 + v_2t_1$	$v_1 + a_1t_1$	$-(k/m)\, x_2$
3	t_3	$x_2 + v_3t_1$	$v_2 + a_2t_1$	$-(k/m)\, x_3$

ISBN: 978-602-61045-2-6

Pada Tabel 1 dilakukan iterasi sebanyak tiga kali dengan waktu t = 0 sampai $t_{3.,}$ sehingga dapat diperoleh simpangan (x), kecepatan (v), dan percepatan (a). Persamaan di atas berlaku untuk osilasi tanpa redaman, untuk osilasi teredam, maka persamaannya menjadi [8]

$$ma = -kx - bv\,, \tag{11}$$

dengan bv adalah gaya gesek dan b adalah tetapan gaya gesek, sehingga

$$a(t) = -\frac{k}{m}x(t) - \frac{b}{m}\frac{dx(t)}{dt}\,, \tag{13}$$

$$v\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) = v\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + a(t)\Delta t\,, \tag{14}$$

$$x(t + \Delta t) = x(t) + v\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)\Delta t\,. \tag{15}$$

dengan iterasi,

Tabel 2. Iterasi osilasi dengan redaman

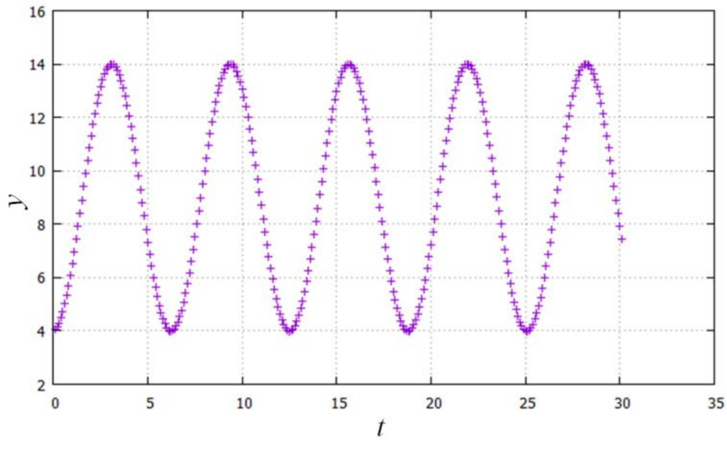
N	***t***	***X***	***V***	***a***
0	*0*	x_o	*0*	$-(k/m)\,x_o-(b/m)\,v_o$
1	t_1	$x_o + v_1t_1$	$v_o + ½a_ot_1$	$-(k/m)\,x_1-(b/m)\,v_1$
2	t_2	$x_1 + v_2t_1$	$v_1 + a_1t_1$	$-(k/m)\,x_2-(b/m)\,v_2$
3	t_3	$x_2 + v_3t_1$	$v_2 + a_2t_1$	$-(k/m)\,x_3-(b/m)\,v_3$

Sama seperti sebelumnya, pada Tabel 2 juga dilakukan iterasi sebanyak tiga kali dengan waktu t = 0 sampai $t_{3.,}$ sehingga dapat diperoleh simpangan (x), kecepatan (v), dan percepatan (a).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Simulasi 1D gerak osilasi terkopel telah dillakukan dengan menggunakan JavaScript. Simulasi ini mempelajari tentang bagaimana gerak sebuah benda berosilasi dan jika beberapa benda berosilasi dalam suatu sistem yang sama. Berikut grafik hubungan antara posisi dengan waktu untuk sebuah benda yang berosilasi tanpa adanya redaman dan beberapa benda yang berosilasi dengan adanya redaman.

Gambar 2 menunjukkan posisi sebagai fungsi waktu untuk sebuah benda berosilasi tanpa adanya redaman. Pada kurva ini nilai redamannya = 0 sehingga tidak mengalami penurunan amplitudo hingga waktu yang telah ditentukan (massa berosilasi kontinu dengan amplitudo yang konstan). Setiap sistem yang berperilaku seperti gambar tersebut dikenal sebagai osilator harmonik dimana solusi umum dari persamaan osilator harmonik telah kita kenal sebagai $y = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$.

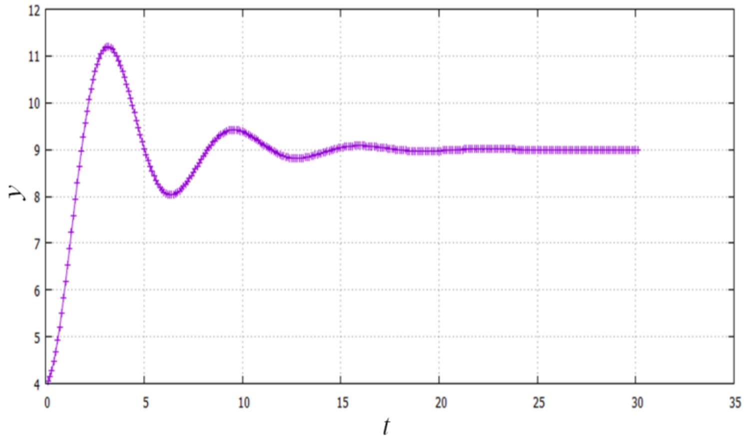


Gambar 2. Grafik posisi sebagai fungsi dari waktu untuk gerak osilasi tanpa redaman

Gambar 3 menunjukkan posisi sebagai fungsi waktu untuk sebuah benda berosilasi dengan adanya perlambatan. Gerak osilator tersebut dipertahankan tetapi amplitudo berkurang secara eksponensial hingga mencapai posisi nol pada waktu tertentu. Pengurangan dalam amplitudo disebabkan oleh energi mekanik yang hilang akibat perlambatan yang disebut redaman. Setiap sistem yang berperilaku seperti gambar tersebut dikenal sebagai osilator teredam dimana solusi umumnya dapat dituliskan sebagai $y(t) = y_0 e^{\alpha t}$, dengan α merupakan faktor redaman.

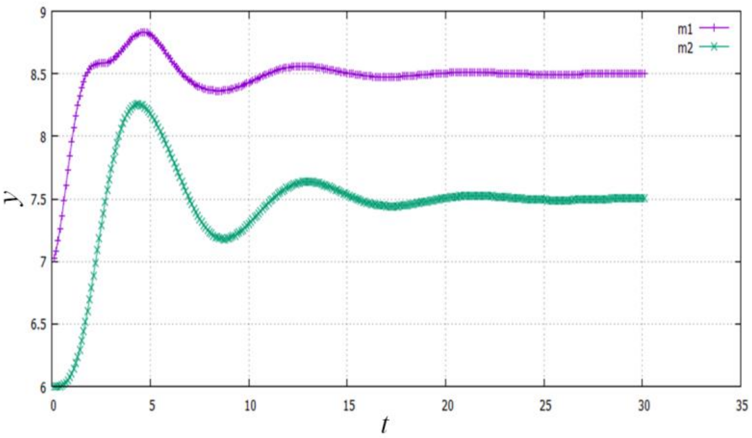
Terdapat tiga jenis redaman yang dialami oleh benda yang berosilasi yaitu redaman rendah (*underdamped*), redaman kritis (*critical damping*) dan redaman berlebihan (*over damping*). Jenis redaman pada simulasi ini adalah osilasi redaman rendah (*underdamped*) karena benda masih mengalami osilasi sebelum berhenti. Benda 1, 2, maupun 3 masih melakukan getaran sebelum berhenti karena redaman yang dialaminya tidak terlalu besar.

Benda yang mengalami *critical damping* biasanya langsung berhenti berosilasi (benda langsung kembali ke posisi setimbangnya) karena redaman yang dialaminya cukup besar. Untuk benda yang mengalami *over damping*, ini mirip seperti *critical damping* hanya saja pada osilasi *over damping* benda lama sekali tiba di posisi setimbangnya. Hal ini disebabkan karena redaman yang dialami oleh benda sangat besar.

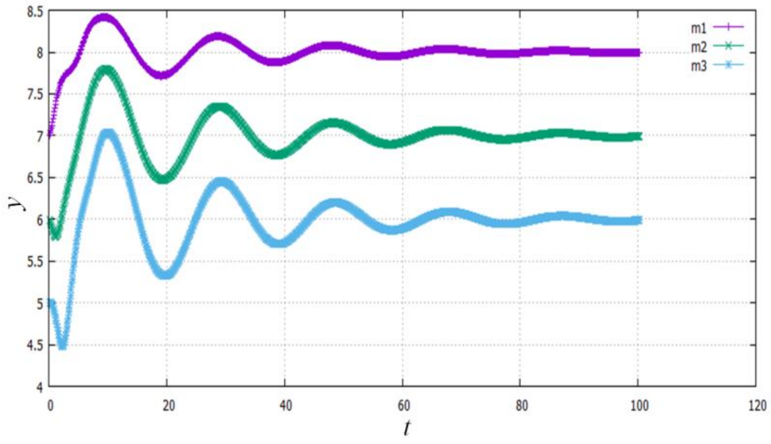


Gambar 3. Grafik posisi sebagai fungsi dari waktu untuk gerak osilasi dengan redaman

Gambar 4 menunjukkan posisi sebagai fungsi waktu untuk dua buah benda berosilasi dengan adanya redaman. Terlihat dari grafik, adanya ketidakteraturan posisi di awal waktu (2 – 5) untuk benda 1 yang disebabkan oleh gerak benda 2. Gambar 5 menunjukkan posisi sebagai fungsi waktu untuk tiga buah benda yang berosilasi dengan adanya redaman. Sama halnya dengan sistem dua benda pada Gambar 5, benda 1 juga mengalami ketidakteraturan posisi di awal waktu yang disebabkan oleh gerak benda 2 dan benda 3.



Gambar 4. Grafik posisi sebagai fungsi dari waktu untuk gerak osilasi dengan redaman sistem dua benda

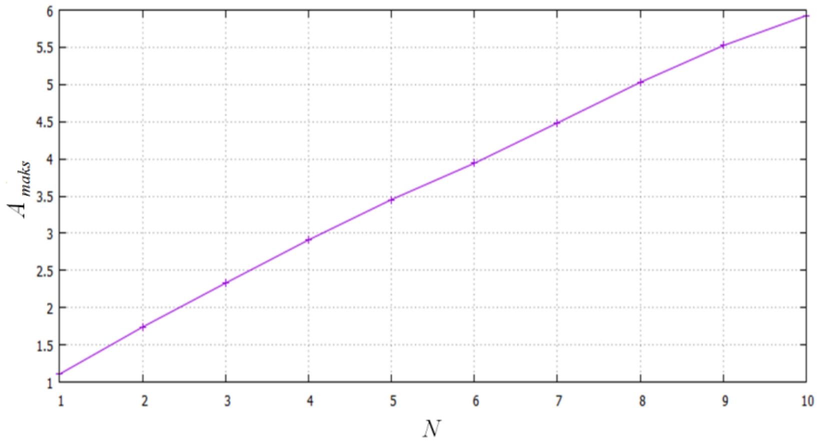


Gambar 5. Grafik posisi sebagai fungsi dari waktu untuk gerak osilasi dengan redaman sistem tiga benda

Gambar 6 menunjukkan grafik amplitudo maksimum terhadap jumlah benda. Terlihat bahwa benda yang posisinya berada paling bawah memiliki amplitudo terbesar. Hal ini disebabkan karena benda yang paling bawah memperoleh gaya luar dan gaya berat yang dihasilkan partikel di atasnya. Dari grafik tersebut, diperoleh persamaan garis

$$A_{maks} = 0{,}536\,N + 0{,}691\ .$$

Dari persamaan tersebut, dapat diprediksi nilai amplitudo maksimum benda terbawah.

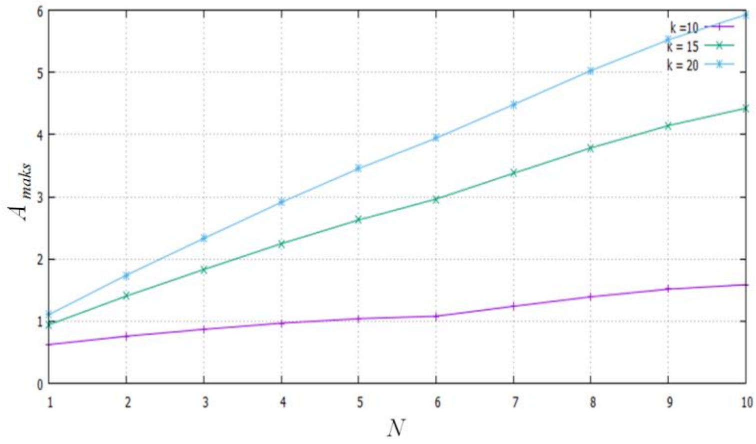


Gambar 6. Grafik amplitudo maksimum terhadap jumlah benda

Gambar 7 menunjukkan grafik amplitudo maksimum terhadap jumlah benda untuk tiga konstanta pegas yang berbeda yaitu 10, 15 dan 20. Dari grafik dapat dilihat bahwa semakin besar konstanta pegas, maka kemiringan kurvanya juga akan semakin besar. Hal ini disebabkan karena nilai modulus elastisitas suatu pegas berbanding lurus dengan konstanta pegasnya.

$$Y = k\frac{A}{L}.$$

Semakin besar konstanta pegas, maka modulus elastisitasnya juga akan semakin besar dan menyebabkan nilai simpangan maksimumnya (amplitudo) juga semakin besar.



Gambar 7. Grafik amplitudo maksimum terhadap jumlah benda dengan konstanta k yang berbeda

KESIMPULAN

Dari hasil simulasi 1D osilasi terkopel baik itu osilator harmonik maupun teredam diperoleh bahwa program yang dibuat dengan menggunakan perangkat JavaScript dapat mensimulasikan sistem osilator harmonik sederhana maupun teredam (untuk 1, 2, dan 3 benda). Hasil simulasinya berupa waktu dan posisi tiap benda serta grafik amplitudo maksimum dan jumlah benda yang digambarkan melalui grafik. Benda yang posisinya berada paling bawah memiliki amplitudo terbesar. Kemudian untuk kasus dengan nilai konstanta yang berbeda, semakin besar konstanta pegas maka kemiringan kurvanya juga akan semakin besar.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Dr.rer.nat Sparisoma Viridi, M.Si atas diskusinya yang bermanfaat.

REFERENSI

1. Da Costa, Jose. 2014. Analisis Numerik untuk Gerak Osilasi Bergandeng pada Air Track dengan Metode Runge-Kutta. Prosiding Pertemuan Ilmiah XXVIII HFI Jateng & DIY, Yogyakarta, 26 April 2014, ISSN: 0853-0823, halaman 14 - 17.
2. Pain, H.J. 2005. The Physics Of Vibrations And Waves Sixth Edition . John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England, halaman 79.
3. Rao, Singiresu S. 2011. *Mechanical Vibrations 5th Edition*. Pearson Education, Inc, halaman 22.
4. Cahyadi, Melisa. 2015. *Visualisasi Solusi Analitik dari Osilasi Pegas dengan menggunakan Visual Basic For Application (VBA)*. Prosiding Simposium Nasional Inovasi dan Pembelajaran Sains 2015 (SNIPS 2015) 8 dan 9 Juni 2015, Bandung, Indonesia, ISBN: 978-602-19655-8-0, halaman 9 - 12.
5. Robert Ehrlich. 2002. Euler's method for coupled differential equations; RLC circuits. Physics Dept. George Mason University. http://www.physnet.org/modules/pdf_modules/m351.pdf diakses tanggal 7 Mei 2017
6. http://courses.ncssm.edu/aphys/labs/elab3/elab3.html *Finding the equation of motion of an oscillating mass by a revised euler's method* diakses tanggal 1 Mei 2017.
7. Anders W. Sandvik. 2016. PY 502, *Computational Physics : Numerical Solutions of Classical Equations of Motion*. Department of Physics, Boston University. http://physics.bu.edu/py502/lectures3/cmotion.pdf diakses tanggal 7 Mei 2017
8. Tim Garvin & Matthew Norton. 2010. *Approximation Methods: Damped and Undamped Oscillators*. Physics Department, Southern Illinois University Edwarsdsville. https://www.siue.edu/~mnorton/mat-340 pdf diakses tanggal 1 Agustus 2017