

Modul Praktikum Fisika Matematika: Mengukur Koefisien Gesekan pada Osilasi Tereadam Bandul Matematika.

Rizqa Sitorus^{1,a)}, Triati Dewi Kencana Wungu^{2,b)} dan Lilik Hendrajaya^{3,c)}

¹Magister Pengajaran Fisika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

²Laboratorium Fisika Nuklir(Afiliasi Penulis Ketiga),
Kelompok Keilmuan Fisika Nuklir dan Biofisika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

³Laboratorium Fisika Bumi(Afiliasi Penulis Kedua),
Kelompok Keilmuan Fisika Bumi dan Sistem Kompleks,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung,
Jl. Ganesha no. 10 Bandung, Indonesia, 40132

^{a)}rizqasitorus@gmail.com

^{b)}triatidewi@fi.itb.ac.id

^{c)}lilik.hendrajaya@fi.itb.ac.id

Abstrak

Bandul matematika merupakan suatu metode yang digunakan dalam menentukan percepatan gravitasi. Pada saat pengukuran, gerakan bandul matematik dianggap mengikuti gerakan harmonis sederhana tak teredam sehingga amplitudonya dianggap konstan. Pengamatan lebih lama ayunan bandul matematika menunjukkan adanya redaman dengan mengecilnya amplitudo. Untuk dapat mengukur koefisien tersebut perlu diturunkan persamaan penalaran berupa persamaan differensial biasa terhadap waktu dengan memasukkan tetapan didepan turunan pertama simpangan. pengukuran simpangan terhadap waktu akan menunjukkan adanya redaman. Dengan menggambarkan simpangan terhadap waktu pada kertas grafik semilog maka akan mempertajam adanya redaman, selain itu koefisien redaman juga dapat ditentukan. Untuk memperoleh ketelitian, perlu dilakukan perangkat lunak regresi linear, sehingga nilai percepatan gravitasi kemudian dapat dikoreksi.

Kata-kata kunci: Bandul matematika, osilasi, redaman dan PDB orde 2

PENDAHULUAN

Suatu benda dikatakan berosilasi apabila mengalami pergerakan. Adapun gerakan yang dimaksud ialah gerakan bolak balik yang berulang secara periodik melalui titik kesetimbangan. Dalam kehidupan sehari-hari banyak sekali kita temui peristiwa osilasi. Seperti contoh jika suatu dawai digetarkan, maka dawai tersebut menggetarkan udara disekitar, udara disekitar akan merambat sehingga dapat didengar oleh manusia. Selain pada dawai, peristiwa osilasi juga dapat diamati pada bandul matematika dan pegas yang bergerak harmonis sederhana.

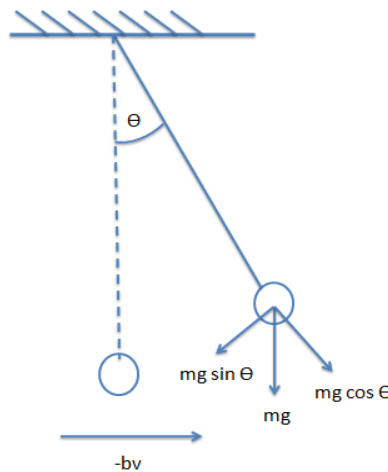
Bandul matematika merupakan suatu objek penelitian yang digunakan untuk menentukan percepatan gravitasi. Dalam mengukur percepatan gravitasi, amplitudo yang digunakan dianggap tetap atau tidak

teredam. Namun pada kenyataannya bandul matematika akan mengalami redaman apabila diamati dengan waktu yang lebih lama.

Makalah ini bertujuan untuk mengukur koefisien redaman dengan mengamati A terhadap t dalam waktu yang lama. Dengan menuliskan modulus amplitudo $A(t) = A_0 e^{-bt}$, maka dapat digambarkan data simpangan dalam bentuk $\ln A_0 - bt$ sebagai regresi linear yang menghasilkan kemiringan ($-b$) dan amplitudo (A_0). Nilai b kemudian digunakan untuk mengoreksi nilai g yang semula dianggap tidak ada redaman.

BANDUL MATEMATIKA SEDERHANA

Bandul matematika sederhana terdiri dari seutas tali yang dianggap tidak bermassa dengan sebuah benda bermassa m . Kemudian benda bermassa di ikat di salah satu ujung tali, sedangkan ujung tali lainnya dibiarkan tetap. Karakteristik dari bandul matematika sederhana ialah memiliki simpangan yang tidak terlalu besar. Karena jika simpangan yang diberikan sangat besar, maka gaya yang bekerja pada benda tidak lagi berbanding lurus dengan simpangan. Bandul sederhana akan bergerak bolak-balik apabila disimpangkan sejauh θ dari titik setimbang. Ketika dilepaskan bandul akan kembali ke titik setimbangnya, namun karena memiliki energi yang cukup besar bandul melaju sejauh θ kearah berlawanan dari gaya yang diberikan[1]. Perhatikan gambar berikut ini :



Gambar 1. Bandul matematika sederhana

Gaya yang diberikan oleh bandul matematika ketika menyimpang ialah:

$$F = -mg \sin \theta \tag{1}$$

Tanda negatif menunjukkan bahwa gaya yang berkerja berlawanan dengan simpangan. Karena simpangan yang diberikan sangat kecil maka $\sin \theta \approx \theta$ (Sebagai contoh, jika $\theta = 5,00^0 = 0,0873$ rad, maka $\sin \theta = 0,0872$, perbedaan hanya 0,1%)[2]. Dengan pendekatan inilah maka gaya yang diberikan menjadi:

$$F = -mg \theta$$

Selama bandul bergerak bolak-balik bandul mengalami rotasi akibat salah satu dari ujung tali yang terikat. Sehingga bandul mengalami rotasi yang besarnya :

$$\tau = Fl = I\alpha \tag{2}$$

Atau

$$ml^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -mgl$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} \theta$$

Sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0 \quad (3)$$

Dengan mencari akar-akar persamaan diperoleh hasil sebagai berikut :

$$\lambda = i\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Untuk menyelesaikan akar persamaan di atas, digunakan PDB orde 2, sehingga solusi akhir dari gerak harmonik sederhana di atas menjadi :

$$\theta = \theta_0 e^{i\sqrt{\frac{g}{l}}t} \quad (4)$$

Menentukan Percepatan Gravitasi Bumi

Gravitasi ialah gaya tarik menarik yang terjadi antara semua partikel yang mempunyai massa di alam semesta. Ada beberapa cara dalam menentukan besarnya percepatan gravitasi bumi, namun cara termudah dalam menentukan percepatan gravitasi bumi yakni dengan memanfaatkan osilasi melalui pendulum matematika sederhana. Melalui persamaan 2 diperoleh bentuk akhir sebagai berikut

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\theta$$

Dengan θ adalah sudut yang dibentuk antara titik seimbang tali terhadap simpangan yang diberikan.

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta}{dt^2} &= -\frac{g}{l}\theta \\ \ddot{\theta} &= -\frac{g}{l}\theta \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{g}{l}} \\ \frac{4\pi^2}{T^2} &= 4\pi^2 f^2 = \frac{g}{l} \end{aligned}$$

Sehingga besar gravitasi dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = 4\pi^2 f^2 l \quad (5)$$

BANDUL MATEMATIKA TEREDAM

Ketika gerak sebuah osilator dikurangi oleh sebuah gaya eksternal, osilator dan gerakannya dikatakan teredam (*damped*)[2]. Gaya eksternal berfungsi sebagai gaya hambat yang mempengaruhi kelajuan benda. Adapun besarnya gaya eksternal yang diberikan yakni :

$$F = -bv = -b\frac{d\theta}{dt} \quad (6)$$

Dengan adanya gaya eksternal yang bekerja pada bandul matematika maka persamaan (3) tidak berlaku lagi. Persamaan yang berlaku untuk getaran harmonik teredam ialah sebagai berikut :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2b\frac{d\theta}{dt} + \frac{g}{l}\theta = 0 \tag{7}$$

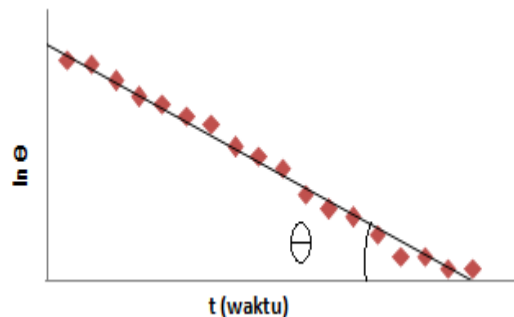
b menunjukkan adanya redaman pada bandul matematik selama berosilasi. Dengan mencari akar-akar persamaan diatas diperoleh:

$$\theta(t) = \theta_0 e^{-bt} e^{it\sqrt{\frac{g}{l}-b}}$$

Dengan mengambil bagian riil dari persamaan tersebut, solusi PDB orde 2 yang diberikan ialah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \theta_0 e^{-bt} \\ \ln(\theta_t) &= \ln(\theta_0) - bt \end{aligned} \tag{8}$$

Persamaan di atas menunjukkan kesamaan dengan persamaan regresi linear yakni $y = a+bx$. Grafik dari persamaan yang diperoleh ditunjukkan sebagai berikut:



Gambar 2. Grafik $\ln \Theta$ terhadap t

Sehingga untuk menentukan koefisien redaman dengan menggunakan grafik diatas diperoleh :

$$\tan \theta = b = \frac{\ln \theta_0}{t} \tag{9}$$

Persamaan di atas selanjutnya digunakan sebagai pengoreksi nilai g , sehingga g yang diperoleh sebenarnya ialah :

$$g = \left(\frac{4\pi^2}{T^2} + b \right) l \tag{10}$$

APLIKASI AYUNAN BANDUL

Dalam melakukan perhitungan nilai percepatan gravitasi tentunya ketinggian merupakan suatu faktor penting yang akan mempengaruhi nilai percepatan gravitasi. Faktor inilah yang menyebabkan nilai percepatan gravitasi berbeda-beda. Perubahan nilai percepatan gravitasi untuk setiap ketinggian tertentu dari permukaan tanah dimanfaatkan pada bidang kebumihan dalam mencari anomali gravitasi dibawah permukaan bumi.

$$g \approx \frac{1}{r^2} \tag{11}$$

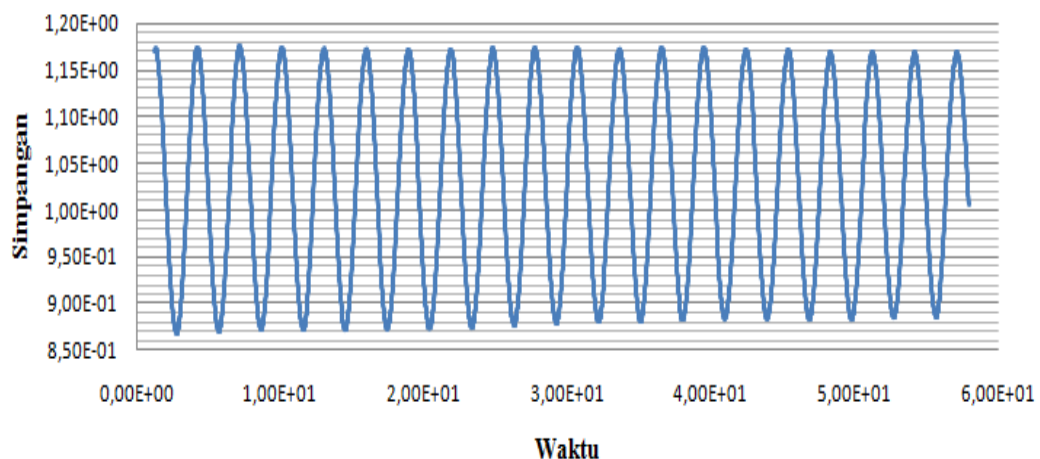
DATA DAN HASIL PERHITUNGAN

Untuk menghitung koefisien redaman pada bandul diperlukan sebuah beban yang digantung pada benang tipis. Pada percobaan ini digunakan satu bola kayu sebagai beban dengan massa 500,6 gram yang digantung pada seutas benang sepanjang 2 meter. Untuk mengetahui jumlah getaran dilakukan perhitungan banyaknya getaran ± 1 menit dengan menggunakan stopwatch. Selanjutnya untuk memperoleh sudut penyimpangan, amplitudo simpangan dan mengamati diagram simpangan terhadap waktu diperlukan *software video tracker*. Dari praktikum yang dilakukan bandul mulai disimpangkan dengan sudut $\Theta_0 = 5,4^0$. kemudian bandul dibiarkan bergerak bolak-balik dalam selang waktu ± 1 menit sehingga sudut simpangannya berubah. Dari praktikum yang dilakukan diperoleh data sebagai berikut :

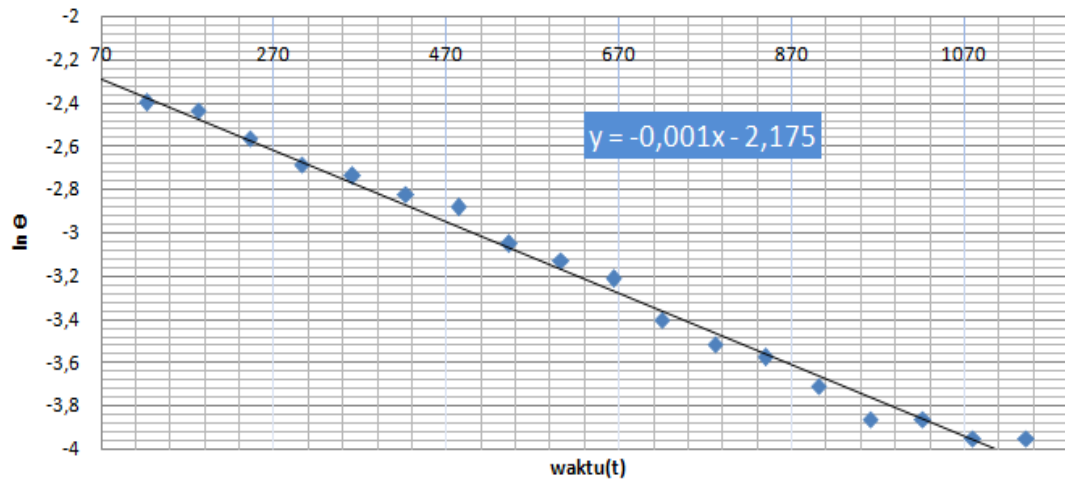
Tabel 1. Hasil perhitungan redaman dan gravitasi

No	l	t	n	f	g	Θ	Θ (rad)	$\ln \Theta$ (rad)
1	2	61	22	0,360656	10,25971	5,4	0,094198	-2,36236
2	2	122	44	0,360656	10,25971	5,2	0,090709	-2,4001
3	2	182	65	0,357143	10,06082	5	0,08722	-2,43932
4	2	243	85	0,349794	9,65105	4,4	0,076754	-2,56715
5	2	302	105	0,347682	9,534853	3,9	0,068032	-2,68778
6	2	361	125	0,34626	9,457033	3,7	0,064543	-2,74043
7	2	423	146	0,345154	9,396676	3,4	0,05931	-2,82498
8	2	484	167	0,345041	9,39056	3,2	0,055821	-2,88561
9	2	543	188	0,346225	9,455082	2,7	0,047099	-3,05551
10	2	603	209	0,3466	9,475611	2,5	0,04361	-3,13247
11	2	664	230	0,346386	9,463871	2,3	0,040121	-3,21585
12	2	720	251	0,348611	9,585874	1,9	0,033144	-3,40691
13	2	781	272	0,348271	9,567204	1,7	0,029655	-3,51813
14	2	840	293	0,34881	9,596789	1,6	0,02791	-3,57876
15	2	902	313	0,347007	9,497841	1,4	0,024422	-3,71229
16	2	961	333	0,346514	9,470894	1,2	0,020933	-3,86644
17	2	1022	356	0,348337	9,570783	1,2	0,020933	-3,86644
18	2	1080	378	0,35	9,662408	1,1	0,019188	-3,95345
19	2	1142	400	0,350263	9,676918	1,1	0,019188	-3,95345

Grafik. 1 Hubungan simpangan terhadap waktu selama 1 menit



Grafik 2. Hubungan $\ln \Theta$ terhadap waktu

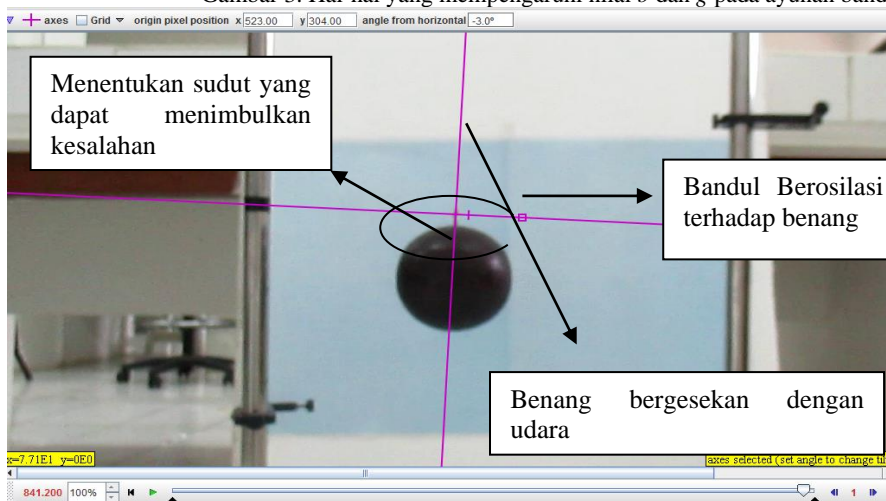


PEMBAHASAN

Dari hasil praktikum yang dilakukan, dengan mengamati osilasi bandul ± 19 menit terlihat adanya redaman seperti yang ditunjukkan pada Grafik 1, yakni grafik simpangan terhadap waktu. Selanjutnya dengan menggunakan regresi linear seperti yang ditunjukkan pada Grafik 2, diperoleh nilai redaman (*b*) sebesar 0,001. Nilai ini kemudian digunakan untuk mengoreksi nilai *g*, sehingga nilai *g* yang diperoleh semula 9,63 m/s² menjadi 9,64 m/s². Dengan membandingkan nilai percepatan gravitasi yang diperoleh terhadap literatur untuk percepatan gravitasi di kota Bandung sebesar 9,77 m/s² terlihat bahwa nilai *g* dengan redaman lebih mendekati nilai literatur.

Adanya redaman disebabkan karena bandul mengalami perlambatan ketika bergerak bolak balik. Perlambatan ini disebabkan oleh gesekan benda dan benang terhadap udara. Selain gesekan terhadap udara bandul juga teredam akibat adanya rotasi yang terjadi antara bandul dan benang. Meskipun rotasi ini tidak terlalu besar tetapi mempengaruhi gerak bandul ketika bergerak. Sehingga dengan mengamati osilasi bandul lebih lama, terlihat adanya redaman pada bandul matematika. Nilai redaman sangat berpengaruh terhadap sudut penyimpangan dan waktu bandul matematika ketika berosilasi. Besarnya sudut penyimpangan dicari dengan menggunakan *video tracker*. Dengan menggunakan *video tracker* diperlukan ketelitian dalam *fitting* focus benda sehingga diperoleh hasil yang akurat seperti ditunjukkan pada gambar 2.

Gambar 3. Hal-hal yang mempengaruhi nilai *b* dan *g* pada ayunan bandul



Nilai gravitasi yang diperoleh dari percobaan berbeda dengan teori, perbedaan ini dikarenakan: Pertama, adanya pengaruh nilai gravitasi terhadap ketinggian. Semakin jauh dari permukaan bumi maka percepatan

gravitasi akan berkurang. Penelitian ini dilakukan di Laboratorium BSCA pada lantai 2 sehingga dengan memperhitungkan ketinggian maka ada perbedaan hasil yang diperoleh terhadap nilai sebenarnya. Kedua, nilai b (redaman) yang diperoleh belum begitu tepat, untuk itu diperlukan ketelitian dalam *fitting* focus benda, dengan penggeseran plot grafik pada *video tracker* maka nilai sudut penyimpangan akan berbeda, sehingga meskipun memiliki posisi yang sama dengan benang nilai sudut penyimpangan yang diperoleh akan berbeda pada plot yang berbeda pula. Ketiga, adanya kesalahan dalam menghitung jumlah getaran setiap detik, kesalahan ini merupakan kesalahan paralak yang disebabkan ketidaksesuaian mata dalam mengamati jumlah getaran terhadap waktu ketika bandul sedang bergerak bolak balik.

KESIMPULAN

Pada penelitian ini diketahui bahwa bandul matematika mengalami redaman ketika digerakkan bolak balik. Adapun nilai percepatan gravitasi bumi di kota Bandung yang diperoleh sebesar $9,64 \text{ m/s}^2$. Nilai yang diperoleh mendekati nilai dari literatur yakni sebesar $9,77 \text{ m/s}^2$. Dengan meningkatkan keakuratan dalam melakukan pengukuran dan membandingkan nilai percepatan gravitasi untuk ketinggian berbeda maka akan diperoleh hasil yang lebih akurat lagi. Untuk itu nilai koefisien redaman yang diperoleh merupakan langkah yang tepat dalam mengoreksi nilai percepatan gravitasi.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kepada berbagai pihak yang telah membantu dalam melakukan penelitian ini. Makalah ini didanai oleh Lembaga Pengelola Dana Pendidikan (LPDP).

REFERENSI

1. Mikrajuddin Abdullah. Fisika Dasar 1. Institut Teknologi Bandung (2016)
2. Haliiday, Resnick. Fisika Dasar Edisi 7 Jilid I. Erlangga ((2010)