

## Penentuan Koefisien Momen Inersia Benda Tegar Dengan Pendekatan Dinamik Menggunakan Pemrosesan dan Analisis Video Digital

Melisa Cahyadi\*, Nadia Azizah, Rini Puji Astuti, Rodiah Ulfah Lubis, Fourier Dzar Eljabbar Latief

### Abstrak

Benda tegar yang menggelinding melakukan gabungan dua gerakan sekaligus yaitu gerak translasi dan gerak rotasi. Saat melakukan gerak rotasi benda tersebut memiliki kecepatan sudut sedangkan saat melakukan gerak translasi benda tersebut memiliki kecepatan linier. Momen inersia benda tegar dirumuskan  $I = kMR^2$  dimana  $k$  merupakan koefisien momen inersia. Kecepatan linier benda tegar pada setiap waktu dapat diketahui dari grafik hubungan kecepatan linier dengan waktu selama benda tersebut bergerak. Penggabungan persamaan tinjauan gerak translasi dan rotasi pada benda tegar yang menggelinding dapat digunakan untuk menentukan besarnya koefisien momen inersia tersebut. Dalam penelitian ini, objek yang digunakan berupa bola pejal homogen, bola pejal heterogen, dan silinder heterogen. Pengumpulan data dilakukan dengan perekaman video saat benda tegar menggelinding pada bidang miring. Video tersebut kemudian dianalisis menggunakan perangkat lunak Video Tracker. Gerak benda tegar dalam video tersebut kemudian dirunut (track) untuk menghasilkan data posisi terhadap waktu. Metode peruntutan data dilakukan dengan dua cara yaitu manual tracking dan auto tracking. Data hasil peruntutan (tracking) dibuat menjadi grafik hubungan kecepatan linear dengan waktu. Kurva kecepatan linear terhadap waktu ini kemudian dicocokkan (fit) secara linear yang kemudian akan menghasilkan nilai percepatan. Dari hasil perhitungan dan analisis data diperoleh koefisien momen inersia bola besi pejal homogen adalah sebesar 0,393 pada sudut  $45^\circ$ , bola pejal heterogen sebesar 0,59 pada sudut  $45^\circ$ , dan silinder pejal heterogen 0,261 pada sudut  $40^\circ$ . Jika dibandingkan nilai koefisien momen inersia dari literatur data yang dihasilkan untuk bola pejal menghasilkan nilai error sebesar 2,45%.

Kata-kata kunci: Video tracker, konstanta momen inersia, bola pejal

### Pendahuluan

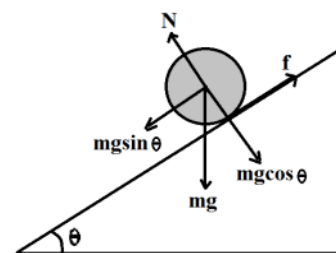
Gerak berputar atau rotasi sering kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari. Gerak rotasi ditunjukkan dengan berputarnya benda tersebut terhadap suatu sumbu putar tertentu. Pada saat benda bergerak rotasi maka tiap partikel tersebut memiliki momen inersia, karena setiap partikel mempunyai massa dan jarak dari sumbu rotasi tersebut.

Koefisien momen inersia benda homogen dapat ditentukan dengan cara analitis, akan tetapi untuk benda yang heterogen kita akan kesulitan dalam menentukan variabel-variabel yang diperlukan untuk menyelesaikannya secara analitis. Oleh karena itu untuk benda heterogen dapat kita tentukan koefisien momen inersianya dengan menggunakan pendekatan dinamis. Pendekatan dinamis ini dilakukan dengan cara mengambil rekaman benda tersebut ketika menggelinding dalam bidang miring, kemudian hasil rekaman videonya diolah dan dianalisis dengan menggunakan *software Video Tracker*.

### Teori

#### A. Gerak Bola Pejal pada Bidang Miring

Benda berbentuk bola yang menggelinding pada bidang miring akan mengalami gerak rotasi terhadap sumbu putar yang melalui pusat massa bola dan gerak translasi terhadap bidang yang dilaluinya. Uraian gaya-gaya pada bola yang bergerak menggelinding pada bidang miring ditunjukkan pada Gambar 1.



**Gambar 1.** Gaya-gaya pada bola bergerak di bidang miring

Jika ditinjau gerak translasi bola yang menggelinding di bidang miring, maka berlaku hukum 2 Newton yaitu

$$\sum F = m.a, \quad (1)$$

dengan  $F$  adalah gaya yang bekerja pada bola,  $m$  massa bola dan  $a$  percepatan bola.

Jika ditinjau gerak rotasi terhadap pusat massa bola, torsi yang arahnya tegak lurus sumbu rotasi adalah

$$\tau = Fr, \quad (2)$$

dengan  $\tau$  torsi (Nm),  $F$  gaya (N) dan  $r$  lengan gaya (m). Pada Gambar 1 tampak bahwa gaya yang arahnya tegak lurus pada sumbu rotasi adalah gaya gesek  $f$ , dan lengan gaya yang berotasi terhadap sumbu putar yang melalui pusat massa bola adalah jari-jari bola  $R$ .

Hubungan antara torsi  $\tau$ , momen inersia  $I$  dan percepatan sudut  $\alpha$  benda yang berotasi adalah

$$\tau = I\alpha \quad (3)$$

Momen inersia sebuah bola bermassa  $m$  dan jari jari  $r$ , secara umum dinyatakan dalam persamaan:

$$I = \frac{2}{5}mr^2 \quad (4)$$

Dari hasil penggabungan persamaan (1), (2), (3) dan (4) didapatkan persamaan 5 di bawah ini:

$$a = \frac{g \cdot \sin \theta}{1 + \frac{I}{MR^2}} \quad (5)$$

atau

$$I = \left[ \frac{g \cdot \sin \theta}{a} - 1 \right] MR^2 \quad (6)$$

Dalam percobaan ini, percepatan pada persamaan (5) diperoleh dari grafik kinematik benda yang menggelinding pada bidang miring. Percepatan benda ditentukan menggunakan kemiringan kurva atau gradien grafik  $v$  terhadap  $t$ . Jika  $a$  diketahui maka nilai koefisien momen inersia  $k$  dapat ditentukan.

Pada percobaan ini objek yang digunakan adalah bola pejal yang mempunyai koefisien momen inersia sebesar  $2/5$  atau  $0,4$ . Bola pejal yang bermassa  $m$  dan berjari-jari  $R$  yang berputar terhadap sumbu yang melalui pusat massanya mempunyai momen inersia :

$$I_{pm} = \frac{2}{5}mR^2 \quad (7)$$

#### B. Perangkat Lunak Video Tracker

Kemajuan teknologi berbasis komputer saat ini telah memunculkan berbagai alternatif teknik analisis melalui rekaman video. Teknik ini merupakan laboratorium berbasis video dengan gejala fisika secara nyata didokumentasikan melalui perekaman video. Hasil perekaman

video tersebut kemudian dapat dianalisis dengan bantuan komputer untuk mengetahui hubungan antar variabel-variabel fisiknya.

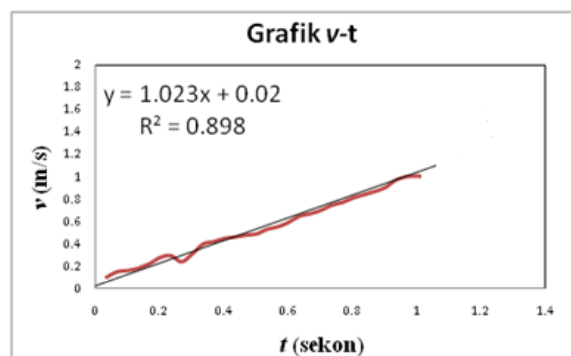
Perangkat lunak *Video Tracker* merupakan salah satu perangkat *Video Based Laboratory* (VBL) yang mempunyai keistimewaan mampu menyajikan gejala fisika secara nyata baik berupa data kuantitatif beserta grafiknya secara simultan maupun memberikan jembatan antara pengamatan langsung dengan representasi abstrak dari berbagai fenomena fisika. Pelacakan/peruntutan posisi dapat dilakukan pada sebuah benda yang memiliki warna yang spesifik dalam suatu gambar video. Perangkat ini kemudian mampu mengubah data yang dihasilkan dalam bentuk nilai dan grafik secara jelas sehingga dapat digunakan untuk membangun dan menguji model fisika baik secara konseptual maupun analitis.

Merekam video dari peristiwa fisika merupakan cara yang praktis untuk menampilkan kecepatan gerak suatu objek pengamatan yang sesungguhnya. Video rekaman tersebut dengan bantuan perangkat lunak *Video Tracker* akan memberikan informasi tentang kejadian atau perubahan gejala sebagai fungsi waktu.

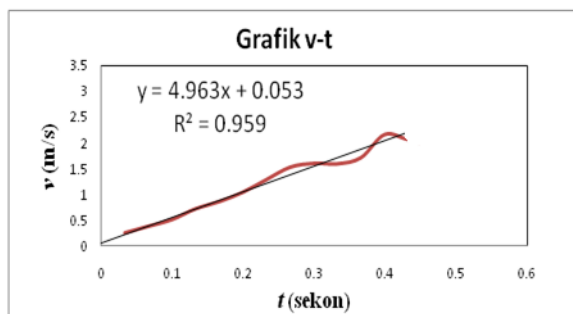
#### Hasil dan diskusi

##### A. Bola besi pejal (percobaan pertama)

*Tracking* terhadap bola besi pejal bertujuan untuk mengkalibrasi bidang miring yaitu mencari sudut bidang miring yang menghasilkan nilai percepatan yang tetap (konstan). Perhitungan percepatan benda dilakukan dengan cara regresi linear dari grafik kecepatan terhadap waktu ( $v-t$ ) yang contohnya dapat dilihat pada Gambar 2 dan Gambar 3.



**Gambar 2** regresi linear grafik  $v-t$  untuk gerak menggelinding bola pejal pada sudut  $10^\circ$



**Gambar 3** regresi linear grafik v-t untuk gerak menggelinding bola pejal pada sudut 45°

Dengan cara yang sama kita lakukan regresi linear untuk mendapatkan nilai percepatan yang akan dibandingkan dengan nilai percepatan yang didapat secara analitis, sehingga diperoleh hasil seperti pada Tabel 1. Dari hasil *tracking* video bola besi pejal dapat dilihat bahwa sudut yang menghasilkan percepatan yang mendekati nilai analitik dan mendekati konstan adalah 10° dan 45°. Sehingga sudut-sudut ini yang akan kita gunakan untuk mencari koefisien momen inersia benda pejal lain yang berbeda jenis bahan dan heterogen.

**Tabel 1** Hasil perhitungan percepatan bola besi pejal yang menggelinding pada bidang miring

| sudut<br>(θ) | $\bar{a}_{rata-rata}$<br>(m/s <sup>2</sup> ) | $\bar{a}_{analitik}$ (m/s <sup>2</sup> ) | $\bar{a}_{regresi}$<br>(m/s <sup>2</sup> ) |
|--------------|----------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1°           | 0.0598                                       | 0.1218                                   | 0.085                                      |
| 2°           | 0.0373                                       | 0.2436                                   | 0.059                                      |
| 3°           | 0.1398                                       | 0.3654                                   | 0.174                                      |
| 4°           | 0.0886                                       | 0.4870                                   | 0.246                                      |
| 5°           | -0.0451                                      | 0.6085                                   | 0.178                                      |
| 6°           | 0.4107                                       | 0.7298                                   | 0.413                                      |
| 7°           | 0.5171                                       | 0.8509                                   | 0.51                                       |
| 8°           | 0.6032                                       | 0.9717                                   | 0.32                                       |
| 9°           | 0.7422                                       | 1.0922                                   | 0.734                                      |
| 10°          | 1.2435                                       | 1.2124                                   | 1.023                                      |
| 11°          | 0.8657                                       | 1.3322                                   | 0.894                                      |
| 30°          | 1.9585                                       | 3.4912                                   | 2.414                                      |
| 45°          | 5.3773                                       | 4.9376                                   | 4.963                                      |

Momen inersia secara analitik diperoleh dengan menggunakan persamaan 7 sehingga didapat nilai momen inersia  $I$  adalah  $4,55 \times 10^{-6}$  kg.m<sup>2</sup>. Sedangkan dengan menggunakan pendekatan dinamis dan persamaan 6 didapatkan nilai momen inersia untuk sudut 10° adalah  $7,51 \times 10^{-6}$  kg.m<sup>2</sup> dan untuk sudut 45° adalah  $4,47 \times 10^{-6}$  kg.m<sup>2</sup>. Error yang didapat apabila kita bandingkan nilai momen inersia analitik dengan hasil percobaan untuk sudut 10°

cukup besar yaitu 65%, sedangkan untuk sudut 45° adalah 1,76 %.

## B. Bola pejal heterogen (percobaan kedua)

Benda yang akan ditentukan koefisien momen inersia adalah bola pejal heterogen (bola bekel) yang berukuran  $d = (4,15 \pm 0,005)$  cm. Percobaan gerak bola bekel tersebut dilakukan dengan menggunakan sudut 10° dan sudut 45°. Dengan menggunakan persamaan 6, nilai koefisien momen inersia bola bekel dapat dilihat pada Tabel 2.

Dari data pada Tabel 2 terlihat bahwa sudut dan nilai percepatan yang menghasilkan data yang mendekati hasil analitis untuk bola pejal adalah sudut 45° serta menggunakan proses *tracking* secara manual.

**Tabel 2** Data hasil perhitungan koefisien momen inersia untuk bola bekel yang menggelinding di bidang miring

| objek          | sudut<br>(θ) | sin<br>θ | $\bar{a}_{manual}$<br>(m/s <sup>2</sup> ) | $\bar{a}_{auto}$<br>(m/s <sup>2</sup> ) | $k_{manual}$ | $k_{auto}$ |
|----------------|--------------|----------|-------------------------------------------|-----------------------------------------|--------------|------------|
| bola heterogen | 45°          | 0.71     | 4.51                                      | 3.94                                    | 0.53         | 0.75       |
|                | 45°          | 0.71     | 4.43                                      | 4.18                                    | 0.56         | 0.65       |
|                | 45°          | 0.71     | 4.33                                      | 4.23                                    | 0.60         | 0.63       |
|                | 45°          | 0.71     | 4.18                                      | 4.06                                    | 0.65         | 0.70       |
|                | 10°          | 0.17     | 0.85                                      | 0.77                                    | 7.18         | 1.21       |
|                | 10°          | 0.17     | 0.85                                      | 0.72                                    | 7.12         | 1.36       |
|                | 10°          | 0.17     | 0.88                                      | 0.84                                    | 6.83         | 1.02       |

## C. Silinder heterogen (percobaan ketiga)

Benda kedua yang akan ditentukan koefisien momen inersia adalah silinder heterogen (batu baterai). Percobaan gerak batu baterai tersebut dilakukan dengan menggunakan sudut 10° dan sudut 45°. Dengan menggunakan persamaan 6, nilai koefisien momen inersia batu baterai dapat dilihat pada Tabel 3.

Dari hasil percobaan dengan menggunakan bola pejal heterogen (bola bekel) didapatkan bahwa hasil *tracking* data dengan cara *manual tracking* mendapatkan hasil yang lebih akurat dibandingkan dengan *auto tracking*. Hal ini dikarenakan, *auto tracking* lurang bisa melacak pergerakan benda yang sangat cepat, sehingga pergerakan benda tampak blur di video tersebut. Sedangkan apabila kita menggunakan *manual tracking* kita dapat mengira-ngira posisi pusat massa benda yang sedang menggelinding tersebut. Oleh karena itu, untuk penentuan koefisien momen inersia batu baterai, hanya menggunakan *manual tracking* saja.

**Tabel 3** Data hasil perhitungan koefisien momen inersia untuk batu baterai yang menggelinding di bidang miring

| $\theta$        | $a_{\text{Analitik}}$ | $\bar{a}$<br>(m/s <sup>2</sup> ) | $k$    |
|-----------------|-----------------------|----------------------------------|--------|
| 11              | 1,2441                | 0,9499                           | 0,9644 |
| 11              | 1,2441                | 0,8609                           | 1,1676 |
| 11              | 1,2441                | 0,9731                           | 0,9176 |
| 11              | 1,2441                | 0,7876                           | 1,3693 |
| $\overline{KI}$ |                       |                                  | 1,105  |
| 36              | 3,8323                | 4,8163                           | 0,1935 |
| 36              | 3,8323                | 4,8925                           | 0,1749 |
| 36              | 3,8323                | 4,1280                           | 0,3925 |
| 36              | 3,8323                | 4,4097                           | 0,3036 |
| 36              | 3,8323                | 5,3154                           | 0,0814 |
| $\overline{KI}$ |                       |                                  | 0,229  |
| 40              | 4,1909                | 4,5847                           | 0,3711 |
| 40              | 4,1909                | 5,7683                           | 0,0898 |
| 40              | 4,1909                | 4,9980                           | 0,2578 |
| 40              | 4,1909                | 4,7269                           | 0,3299 |
| $\overline{KI}$ |                       |                                  | 0,261  |

Nilai referensi koefisien momen inersia untuk bola pejal adalah  $2/5$  atau 0,4 sedangkan hasil analisis data dengan menggunakan fitting grafik  $v-t$  yang menghasilkan percepatan didapat koefisien momen inersia untuk masing-masing bola bekal adalah 0,42. Dengan kesalahan relatif sebesar 6,1%. Kesalahan relatif ini disebabkan pada beberapa faktor diantaranya adalah kamera yang digunakan mempunyai frame per detik yang kecil sehingga semakin cepat benda bergerak, maka pergerakan benda juga menjadi kurang terlihat jelas. Benda yang bergerak sangat cepat juga mengakibatkan kesulitan dalam *tracking* pergerakan bendanya setiap waktu, karena benda menjadi berbayang. Dalam percobaan ini juga disarankan agar kamera yang digunakan dalam proses rekaman tidak dipegang langsung dengan tangan, karena hal ini dapat menyebabkan rekaman video menjadi bergoyang yang mengakibatkan terjadinya deviasi antara posisi benda yang sebenarnya dengan kedudukan benda yang terekam. Selain itu, penggunaan high speed camera yang bisa menghasilkan ratusan frame per detik dapat menjadi solusi untuk mendapatkan hasil yang lebih baik.

## Kesimpulan

Berdasarkan hasil percobaan dapat kita simpulkan bahwa momen inersia benda tegar

dapat ditentukan dengan pendekatan dinamik. Pendekatan ini dilakukan dengan memanfaatkan teknologi pemrosesan dan analisis video dengan menggunakan *software video tracker*. Dari hasil analisis data didapat momen inersia secara analitik yaitu  $4,55 \times 10^{-6} \text{ kg.m}^2$ , sedangkan dengan menggunakan pendekatan dinamis nilai momen inersia untuk sudut  $45^\circ$  adalah  $4,47 \times 10^{-6} \text{ kg.m}^2$  dengan nilai error 1,76 %. Nilai koefisien momen inersia rata-rata untuk bola bekal adalah 0,59 dan untuk silinder heterogen adalah 0,261.

## Referensi

- [1] Halliday & Resnick, "Fundamentals of Physics", Penerbit Wiley, USA, 9th edition, 2010, p. 279
- [2] Serway & Jewett, "Physics for scientist and engineers with modern physics", Penerbit Brooks/Cole, USA, Eighth edition, 2010, p. 301
- [3] Giancoli, *Fisika edisi lima jilid 1*, Erlangga, Jakarta, 2001.
- [4] Hugh D, Young & Roger A. Freedman, *Fisika Universitas edisi 10 jilid 1*, Erlangga, Jakarta, 2002.
- [5] Waldemar Gorzkowski, "Application of Symmetry and Dimensional Analysis to Solving Problems". disajikan pada Seminar Guru Fisika, Jakarta, 2000

Melisa Cahyadi\*  
Pengajaran Fisika FMIPA ITB  
[melisamecca@gmail.com](mailto:melisamecca@gmail.com)

Nadia Azizah  
Pengajaran Fisika FMIPA ITB  
[nadia.kh.18@gmail.com](mailto:nadia.kh.18@gmail.com)

Rini Puji Astuti  
Pengajaran Fisika FMIPA ITB  
[fhuji\\_yama21@yahoo.com](mailto:fhuji_yama21@yahoo.com)

Rodiah Ulfah Lubis  
Pengajaran Fisika FMIPA ITB  
[rodiahulfaulubis@gmail.com](mailto:rodiahulfaulubis@gmail.com)

Fourier Dzar Eljabbar Latief  
Institut Teknologi Bandung  
[fourier@fi.itb.ac.id](mailto:fourier@fi.itb.ac.id)

\*Corresponding author